

1. Расчет источника гармонических колебаний (ИГК)

1.1. Представить исходную схему ИГК относительно первичной обмотки трансформатора эквивалентным источником напряжения. Определить его параметры (ЭДС и внутреннее сопротивление) и значение тока в первичной обмотке трансформатора. В качестве первичной обмотки трансформатора выбрать индуктивность в любой ветви, кроме ветви с идеальным источником тока.

1.2. Записать мгновенные значения тока и напряжения в первичной обмотке трансформатора и построить их волновые диаграммы.

1.3. Определить значения M_{nq} , M_{np} , L_q , L_p ТР из условия, что индуктивность первичной обмотки L_n известна, $U_1 = 5$ В, $U_2 = 10$ В. Коэффициент магнитной связи обмоток k следует выбрать самостоятельно в диапазоне: $0,5 < k < 0,95$ (n, p, q, - номера индуктивностей Т1). Записать мгновенные значения $u_1(t)$ и $u_2(t)$.

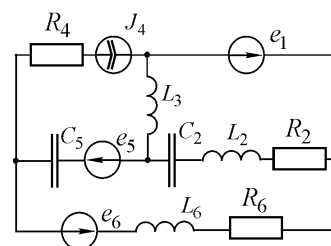
Исходные данные:

$$\underline{E}_1 = 200 + j200 \text{ В}; \quad e_5(t) = 600 \sin(10^3 t - 135^\circ) \text{ В};$$

$$e_6(t) = 1000 \sin(10^3 t + 45^\circ) \text{ В}; \quad \underline{J}_4 = -4 \text{ А};$$

$$R_2 = 200 \text{ Ом}; \quad R_4 = 50 \text{ Ом}; \quad R_6 = 150 \text{ Ом}; \quad L_2 = 150 \text{ мГн};$$

$$L_3 = 100 \text{ мГн}; \quad L_6 = 100 \text{ мГн}; \quad C_2 = 4 \text{ мкФ}; \quad C_5 = 20/3 \text{ мкФ}.$$



Решение

1.1. В качестве первичной обмотки трансформатора выбираем индуктивность L_3 .

Определяем реактивные сопротивления цепи:

$$X_{L2} = \omega L_2 = 10^3 \cdot 150 \cdot 10^{-3} = 150 \text{ Ом}; \quad X_{L3} = \omega L_3 = 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-3} = 100 \text{ Ом};$$

$$X_{L6} = \omega L_6 = 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-3} = 100 \text{ Ом}; \quad X_{C2} = 1/\omega C_2 = 1/10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-6} = 250 \text{ Ом};$$

$$X_{C5} = 1/\omega C_5 = 3/10^3 \cdot 20 \cdot 10^{-6} = 150 \text{ Ом}.$$

Представим исходную схему ИГК относительно первичной обмотки трансформатора эквивалентным источником напряжения. Определим его параметры (ЭДС и внутреннее сопротивление). Расчеты выполняем символическим методом.

Все сопротивления, ЭДС, токи и напряжения представляем в комплексной форме:

$$\underline{E}_1 = 200 + j200 \text{ В}; \quad \underline{E}_5 = -300 + 300j; \quad \underline{E}_6 = -707.107j \text{ В}; \quad \underline{J}_3 = -4 \text{ А};$$

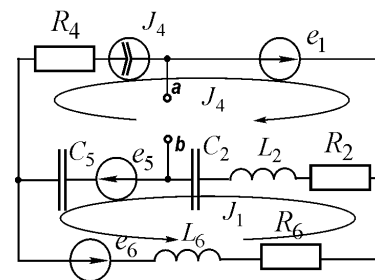
$$\underline{Z}_2 = R_2 + j(X_{L2} - X_{C2}) = 200 - j100 \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_3 = jX_{L3} = j100 \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_4 = R_4 = 50 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_5 = -jX_{C5} = -j150 \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_6 = R_2 + jX_{L2} = 200 + j100 \text{ Ом}.$$

Для расчета параметров эквивалентного источника напряжения размыкаем ветвь с индуктивностью L_3 и находим напряжение холостого хода \underline{U}_{ab} (ЭДС источника). По второму закону Кирхгофа:

$$\underline{E}_5 + \underline{E}_6 = (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_5 + \underline{Z}_6) \underline{J}_1 + (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_5) \underline{J}_4.$$

Отсюда находим



$$\underline{J}_1 = \frac{\underline{E}_5 + \underline{E}_6 - (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_5)\underline{J}_4}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_5 + \underline{Z}_6} = \frac{-300 + j300 - j707.107 - (200 - j100 - j150) \cdot (-4j)}{200 - j100 - j150 + 200 + j100} =$$

$$= 1.211 + j1.436 = 1.879e^{j49.9^\circ} \text{ A.}$$

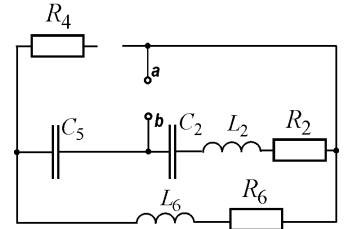
Находим напряжение холостого хода:

$$\underline{U}_{ab} = (\underline{J}_1 + \underline{J}_4)\underline{Z}_2 - \underline{E}_1 = (1.211 + j1.436 - 4)(200 - j100) + 200 + 200j =$$

$$= -214.088 - j833.836 = 860.881e^{-j104.4^\circ} \text{ B.}$$

Исключаем из схемы источники (источники напряжения закорачиваем, а источник тока размыкаем) и находим внутреннее сопротивление эквивалентного источника напряжения:

$$\underline{Z}_{ab} = \frac{\underline{Z}_2(\underline{Z}_5 + \underline{Z}_6)}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_5 + \underline{Z}_6} = 101.37 - j36.986 = 107.907e^{-j20^\circ} \text{ Ом.}$$



1.2. Находим ток в первичной обмотке трансформатора:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}_{ab}}{jX_{L3} + \underline{Z}_{ab}} = \frac{860.881e^{-j104.4^\circ}}{j100 + 101.37 - j36.986} = 7.213e^{-j136.3^\circ} \text{ A.}$$

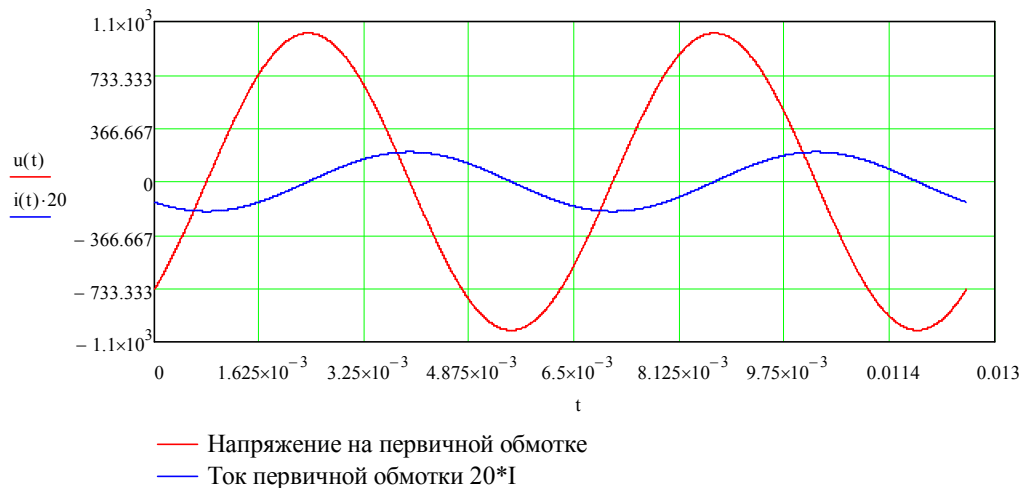
Напряжение на первичной обмотке:

$$\underline{U} = \underline{I} \cdot jX_{L3} = 7.213e^{-j136.3^\circ} \cdot j100 = 721.3e^{-j46.3^\circ} \text{ B.}$$

Мгновенные значения тока и напряжения первичной обмотки:

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot 7.213 \sin(10^3 t - 136.3^\circ) \text{ A;}$$

$$u(t) = \sqrt{2} \cdot 721.3 \sin(10^3 t - 46.3^\circ) \text{ B.}$$



1.3. Индуктивность первичной обмотки известна ($L_3 = 100$ мГн). Напряжение первичной обмотки $U = 721.3$ В, а на вторичных обмотках $U_1 = 5$ В и $U_2 = 10$ В.

Определим значения взаимных индуктивностей M_{31} и M_{32} , необходимых для получения на вторичных обмотках линейного трансформатора заданных значений U_1 и U_2 .

$$U_1 = X_{m31}I = \omega M_{31}I. \text{ Тогда } M_{31} = U_1/(\omega I) = 5/(10^3 \cdot 7.213) = 6.932 \cdot 10^{-4} \text{ Гн.}$$

$$\text{Аналогично находим } M_{32} \quad M_{32} = U_2/(\omega I) = 10/(10^3 \cdot 7.213) = 1.386 \cdot 10^{-3} \text{ Гн.}$$

Примем коэффициент магнитной связи обмоток $k = 0.7$. Находим индуктивности вторичных обмоток

$$L_1 = M_{31}^2 / k^2 L_3 = (6.932 \cdot 10^{-4})^2 / (0.7^2 \cdot 100 \cdot 10^{-3}) = 9.808 \cdot 10^{-6} \text{ Гн};$$

$$L_2 = M_{12}^2 / k^2 L_1 = (1.836 \cdot 10^{-3})^2 / (0.7^2 \cdot 100 \cdot 10^{-3}) = 3.923 \cdot 10^{-5} \text{ Гн}.$$

При рассчитанных значениях взаимных индуктивностей комплексные значения напряжения на выходных зажимах трансформатора (с учетом фазировки обмоток)

$$\underline{U}_1 = j\omega M_{11} \underline{I} = 5 \cdot e^{-j46.3^\circ} \text{ В}; \quad \underline{U}_2 = -j\omega M_{12} \underline{I} = 10 \cdot e^{j133.7^\circ} \text{ В}.$$

Мгновенные значения напряжений вторичных обмоток:

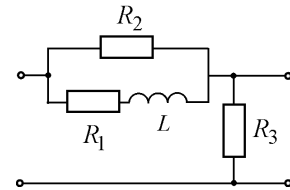
$$u_1(t) = \sqrt{2} \cdot 5 \sin(10^3 t - 46.3^\circ) \text{ В}; \quad u_2(t) = \sqrt{2} \cdot 10 \sin(10^3 t + 133.7^\circ) \text{ В}.$$

2. Расчет установившихся значений напряжений и токов в четырехполюснике при синусоидальном входном воздействии

- 2.1. Рассчитать токи и напряжения в схеме четырехполюсника методом входного сопротивления (или входной проводимости).
- 2.2. Записать мгновенные значения $u_1 = u_3 = u_{ex}$, i_{ex} и $u_{вых}$, определить сдвиг по фазе между выходным и входным напряжениями, а также отношение их действующих значений.
- 2.3. Определить передаточные функции: $W(s) = U_{вых}(s)/U_{ex}(s)$, $W(j\omega) = \underline{U}_{вых}/\underline{U}_{ex}$.
- 2.4. Определить и построить амплитудно-частотную и фазочастотную характеристики. АЧХ и ФЧХ построить в диапазоне частот от 0 до 5000 1/с. Используя частотные характеристики, определить $u_{вых}$ при заданном u_{ex} . **Сравнить этот результат с результатом, полученным в п. 2.2.**
- 2.5. Построить годограф – линию семейства точек комплексной передаточной функции в диапазоне частот от 0 до ∞ на комплексной плоскости. **Указать на годографе точки, соответствующие частотам 0, 1000 1/с., ∞ .**

Исходные данные:

$$R_1 = 72 \text{ Ом}; \quad R_2 = 40 \text{ Ом}; \quad R_3 = 10 \text{ Ом}; \quad L = 0.48 \text{ мкФ}.$$



2.1. Рассчитаем токи и напряжения в схеме четырехполюсника методом входного сопротивления.

Находим входное сопротивление 4-х полюсника.

$$Z_{BX} = R_3 + \frac{R_2(R_1 + j\omega L)}{R_1 + R_2 + j\omega L} = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3 + j\omega L(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + j\omega L} = 49.262 + j3.161 = 49.364 e^{j3.7^\circ} \text{ Ом}.$$

$$|Z_{BX}| = \sqrt{\frac{(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)^2 + (\omega L(R_2 + R_3))^2}{(R_1 + R_2)^2 + (\omega L)^2}} = 49.362;$$

$$\varphi(\omega) = \arctg\left(\frac{\omega L(R_2 + R_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}\right) - \arctg\left(\frac{\omega L}{R_1 + R_2}\right) = 3.7^\circ.$$

Пусть входное напряжение задано в виде

$$u_1(t) = \sqrt{2} \cdot 5 \sin(10^3 t - 46.3^\circ) \text{ В}.$$

Тогда входной ток будет равен

$$i_1(t) = I_m \sin(\omega t + \psi - \varphi) = \sqrt{2} \cdot 0.101 \sin(\omega t - 46.3^\circ - 3.7^\circ) \text{ А},$$

где $I_m = U_m / |Z_{BX}| = \sqrt{2} \cdot 5 / 49.364 = \sqrt{2} \cdot 0.101 \text{ А}$.

2.2. Запишем мгновенные значения $u_1 = u_5 = u_{ex}$, i_{ex} и $u_{вых}$, определим сдвиг по фазе между выходным и входным напряжениями, а также отношение их действующих значений.

$$u_1(t) = \sqrt{2} \cdot 5 \sin(10^3 t - 46.3^\circ) \text{ В};$$

$$i_1(t) = \sqrt{2} \cdot 0.101 \sin(\omega t - 49.9^\circ) \text{ А}.$$

Комплексное значение выходного напряжения находим по формуле

$$\underline{U}_2 = \underline{I}_1 R_3 = 1.013 \cdot e^{-j49.9^\circ} \text{ В}.$$

Мгновенное значение выходного напряжения

$$u_2(t) = \sqrt{2} \cdot 1.013 \sin(10^3 t - 49.9^\circ) \text{ В}.$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{1.013}{5} = 0.203; \quad \psi_2 - \psi_1 = -49.9^\circ + 46.3^\circ = -3.3^\circ.$$

Таким образом, выходное напряжение меньше входного в 5 раз и отстает от него на угол 3.3° .

Найдем связь между входным и выходным напряжением:

С учетом выражения для входного сопротивления, полученного в предыдущем пункте, можем записать:

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_1 \frac{R_3}{\dot{Z}_{BX}} = \dot{U}_1 \frac{R_3 (R_1 + R_2 + j\omega L)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3 + j\omega L (R_2 + R_3)}$$

Находим отношение комплексов выходного и входного напряжений:

$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{R_3 (R_1 + R_2 + j\omega L)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3 + j\omega L (R_2 + R_3)}.$$

Сдвиг по фазе между выходным и входным напряжением:

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \left(\frac{\omega L}{(R_1 + R_2)} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{\omega L (R_2 + R_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \right).$$

Отношение действующих значений

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{R_3 \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (\omega L)^2}}{\sqrt{(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)^2 + (\omega L (R_2 + R_3))^2}}.$$

Для входного сигнала с частотой $\omega = 10^3 \text{ 1/с}$ отношение действующих значений равно $U_2/U_1 = 0.203$, а сдвиг по фазе $\varphi(10^3) = -3.3^\circ = -0.058 \text{ рад}$.

2.3. Определим передаточные функции: $W(s) = U_{вых}(s)/U_{ex}(s)$, $W(j\omega) = \underline{U}_{вых}/\underline{U}_{ex}$.

$$W(j\omega) = \frac{\dot{U}_2(j\omega)}{\dot{U}_1(j\omega)} = \frac{R_3 (R_1 + R_2 + j\omega L)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3 + j\omega L (R_2 + R_3)}.$$

Заменяв $j\omega \rightarrow p$, получим операторную передаточную функцию:

$$W(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{R_3(R_1 + R_2 + pL)}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3 + pL(R_2 + R_3)}$$

2.4. Определим и построим амплитудно-частотную и фазо-частотную характеристики. АЧХ и ФЧХ построить в диапазоне частот от 0 до 5000 1/с. Используя частотные характеристики, определим $u_{вых}$ при заданном $u_{вх}$.

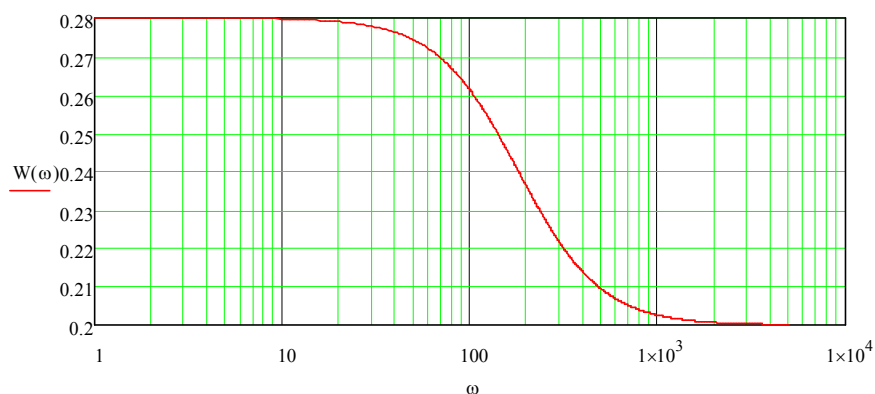
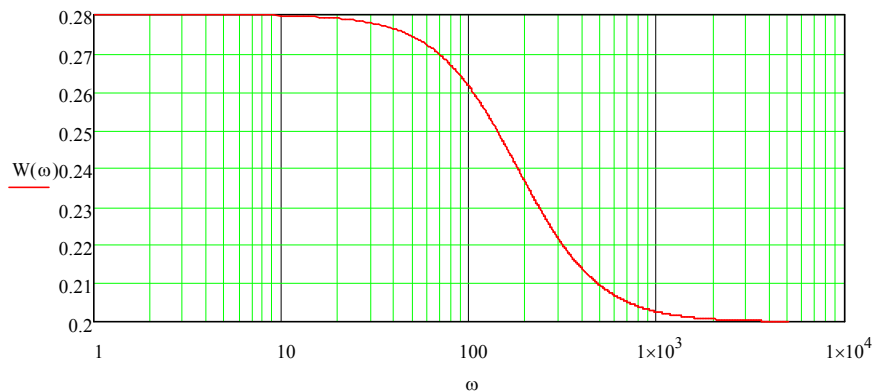
Амплитудно-частотная характеристика – это модуль передаточной функции цепи:

$$W(\omega) = \frac{U_2(\omega)}{U_1(\omega)} = \frac{R_3 \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (\omega L)^2}}{\sqrt{(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)^2 + (\omega L(R_2 + R_3))^2}}$$

Фазо-частотная характеристика – это аргумент передаточной функции цепи:

$$\varphi(\omega) = \arctg\left(\frac{\omega L}{R_1 + R_2}\right) - \arctg\left(\frac{\omega L(R_2 + R_3)}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}\right)$$

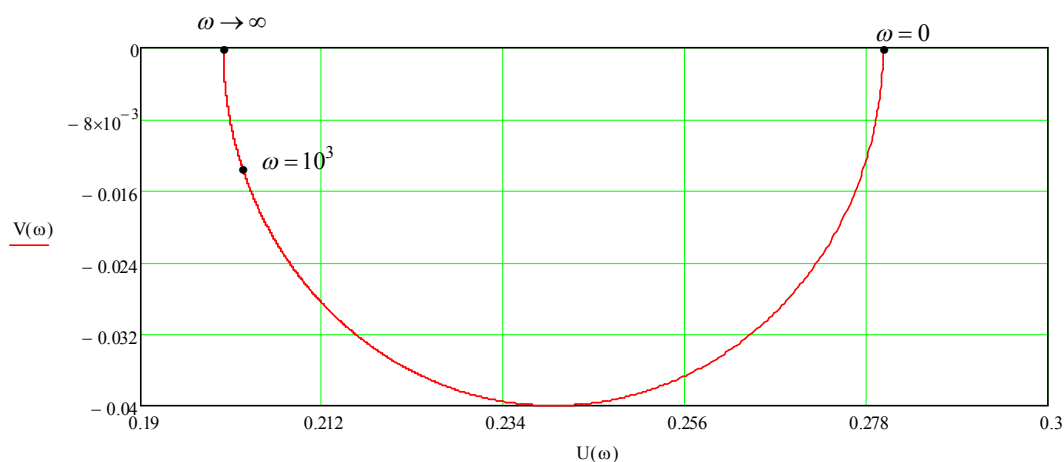
Построим эти характеристики, изменяя частоту от 0 до 5000 1/с.



Для частоты $\omega = 10^3$ 1/с $W(10^3) \approx 0.2$, $\phi(10^3) \approx 0.02$, что достаточно близко к значениям, полученным в п. 2.2.

2.5. Построим годограф – линию семейства точек комплексной передаточной функции в диапазоне частот от 0 до ∞ на комплексной плоскости.

На рис. показан годограф $W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega)$, на который нанесены точки $\omega = 0$, $\omega = 10^3$ и $\omega \rightarrow \infty$.



3. Расчет резонансных режимов в электрической цепи

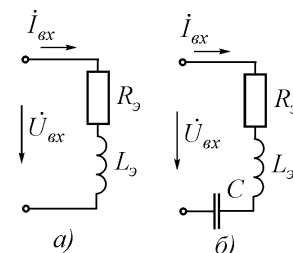
3.1. Включим в схему четырехполюсника реактивное сопротивление (индуктивность) таким образом, чтобы u_6 и i_{ax} совпадали по фазе (режим резонанса напряжений). Определим значение параметра реактивного элемента, а также входное сопротивление, входной ток, добротность и ширину полосы пропускания резонансного контура.

Входное сопротивление цепи (см. п. 2.1)

$$Z_{BX} = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3 + j\omega L (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + j\omega L} = 49.262 + j3.161 = 49.364 e^{j3.7^\circ}$$

Ом;

$$R_{\mathcal{L}} = 49.262 \text{ Ом}; \quad \omega L_{\mathcal{L}} = 3.161 \text{ Ом}$$



Для того, чтобы в цепи был резонанс напряжений, должно быть равно нулю реактивное сопротивление цепи. Примем $X(\omega) = \omega L - 1/\omega C = 0$, тогда входное сопротивление будет равно

$$Z_{BX} = R_{\mathcal{L}} = 49.262 \text{ Ом.}$$

Входное сопротивление имеет чисто активный характер, а значит, в цепи будет существовать резонанс напряжений.

Находим индуктивность конденсатора. Примем резонансную частоту $\omega = 10^3 \text{ 1/c}$. Тогда $\omega L_{\mathcal{L}} = 1/\omega C$, а емкость равна

$$C = 1/\omega^2 L_{\mathcal{L}} = 1/\omega X_{L_{\mathcal{L}}} = 1/10^3 \cdot 3.161 = 316.1 \cdot 10^{-6} \text{ Ф.}$$

Входной ток будет совпадать по фазе с напряжением, т.к. $\varphi(\omega) = 0$. Резонансное значение входного тока на резонансной частоте $\omega = 10^3 \text{ 1/c}$

$$I_0 = U_{BX} / Z_{BX} = 5 / 49.262 = 0.101 \text{ А.}$$

Волновое (характеристическое) сопротивление

$$\rho = \sqrt{L/C} = \sqrt{0.48 \cdot 10^{-3} / 316.1 \cdot 10^{-6}} = 3.161 \text{ Ом.}$$

Добротность цепи: $Q = \rho / R = 3.161 / 49.262 = 0.064$.

Ширина полосы пропускания: $\Delta f = f / Q = 10^3 / 0.064 = 15583 \text{ Гц.}$

3.2 Для построения частотных характеристик выведем их аналитические выражения:

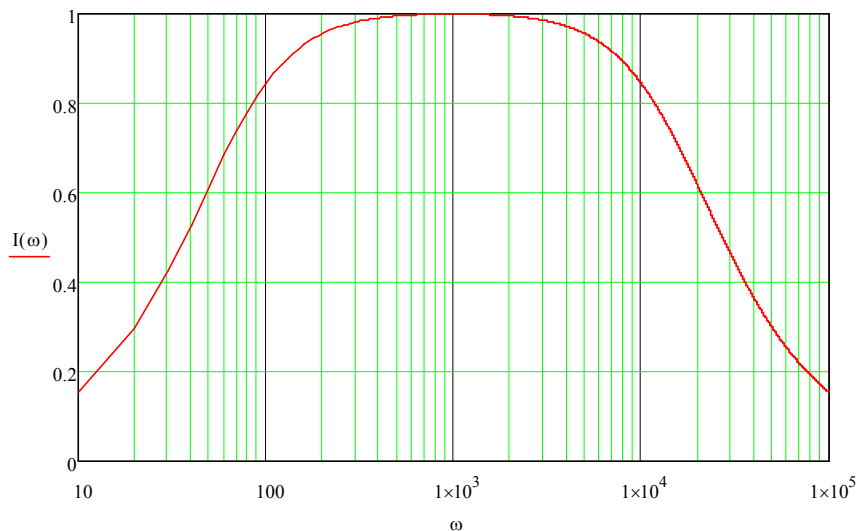
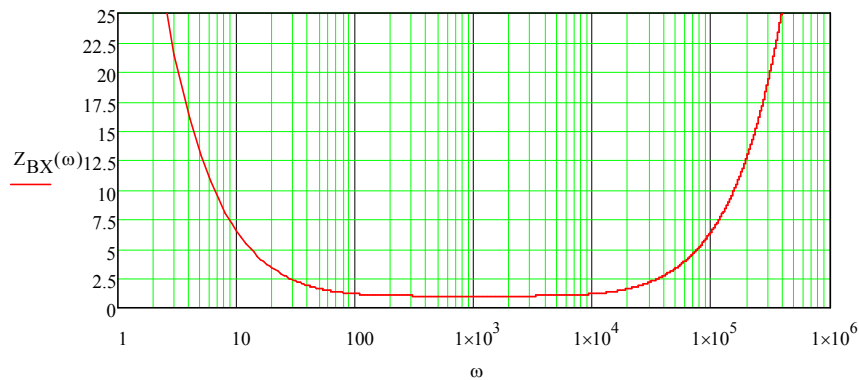
$$Z_{BX}(j\omega) = R_{\text{Э}} + j\left(\omega L_{\text{Э}} - \frac{1}{\omega C}\right) = \sqrt{R_{\text{Э}}^2 + \left(\omega L_{\text{Э}} - \frac{1}{\omega C}\right)^2} e^{j \arctg\left(\frac{\omega L_{\text{Э}} - \frac{1}{\omega C}}{R_{\text{Э}}}\right)} \rightarrow$$

$$z_{BX}(\omega) = \sqrt{R_{\text{Э}}^2 + \left(\omega L_{\text{Э}} - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = R_{\text{Э}} \sqrt{1 + \left(\frac{\omega^2 L_{\text{Э}} C - 1}{\omega R_{\text{Э}} C}\right)^2},$$

$$\varphi(\omega) = \arctg\left(\frac{\omega^2 L_{\text{Э}} C - 1}{\omega R_{\text{Э}} C}\right); \quad I(\omega) = \frac{U}{z(\omega)} = \frac{I_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega^2 L_{\text{Э}} C - 1}{\omega R_{\text{Э}} C}\right)^2}}.$$

Построение амплитудно-частотных характеристик тока и сопротивления проводим в относительных единицах (по оси ординат):

$$\frac{I}{I_0}(\omega), \text{ где } I_0 = \frac{U}{R_{\text{Э}}}; \quad \frac{z_{BX}}{z_{BX0}}(\omega), \text{ где } z_{BX0} = R_{\text{Э}}.$$



4. Расчет переходных процессов классическим методом

4.1. Определим и построим переходные характеристики четырехполосника для входного тока и выходного напряжения.

Переходной характеристикой называется реакция цепи на единичный ступенчатый входной сигнал $1(t)$.

Изображение выходного сигнала можно найти по формуле:

$U_2(p) = W(p)U_1(p)$. Операторная передаточная функция цепи была найдена в п. 2.3

$$W(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{R_3(R_1 + R_2 + pL)}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3 + pL(R_2 + R_3)}$$

С учетом изображения входного напряжения

$U_1(p) = L\{1(t)\} = 1/p$ находим изображение выходного напряжения:

$$U_2(p) = W(p)U_1(p) = W(p)/p$$

Таким образом, переходная характеристика выходного напряжения может быть найдена, как оригинал передаточной функции цепи деленной на « p »:

$$h_{U_2}(t) = L^{-1}\{W(p)/p\}$$

$$H_{U_2}(p) = \frac{R_3(R_1 + R_2 + pL)}{p[R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3 + pL(R_2 + R_3)]} = \frac{H_1(p)}{H_2(p)}$$

Для нахождения оригинала используем формулу разложения:

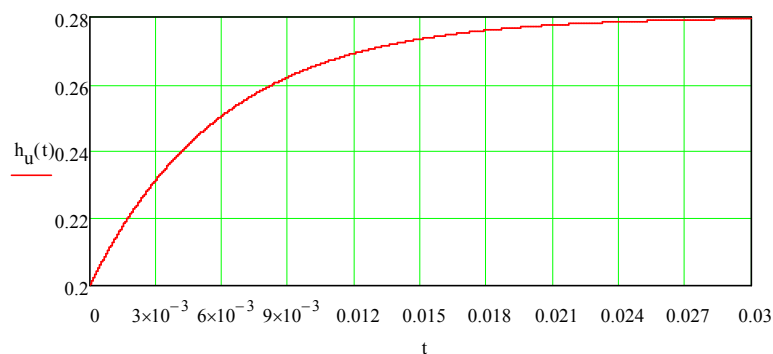
$$h(t) = \sum_{k=1}^n \frac{H_1(p_k)}{H_2'(p_k)} e^{p_k t}$$

Находим полюса (корни знаменателя) функции $H_{U_2}(p)$:

$$p_1 = 0; p_2 = -\frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{L \cdot (R_2 + R_3)} = -166.7$$

$$H_1(p) = R_3(R_1 + R_2 + pL); H_2'(p) = 2pL(R_2 + R_3) + R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3$$

Переходная характеристика выходного напряжения: $h_{U_2}(t) = 0.28 - 0.08 \cdot e^{-166.7t}$

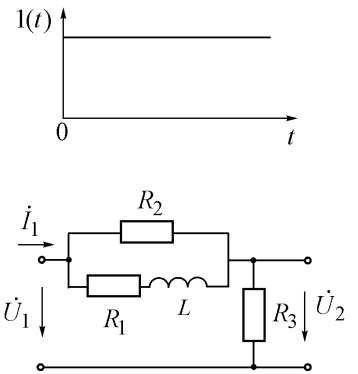


Аналогично ищем переходную характеристику четырехполосника для входного тока. Используем полученное в п. 2.1 выражение:

$$I_1 = \frac{U_1}{Z_{BX}} = U_1 \frac{j\omega L + R_1 + R_2}{(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3) + j\omega L(R_2 + R_3)}$$

Делаем замену $j\omega \rightarrow p$ и находим отношение $I_1(p)/U_1(p)$

$$\frac{I_1(p)}{U_1(p)} = \frac{pL + R_1 + R_2}{(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3) + pL(R_2 + R_3)}$$



Изображение переходной характеристики четырехполюсника для входного тока

$$H_{I1}(p) = \frac{(R_1 + R_2 + pL)}{p[R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3 + pL(R_2 + R_3)]} = \frac{H_1(p)}{H_2(p)}$$

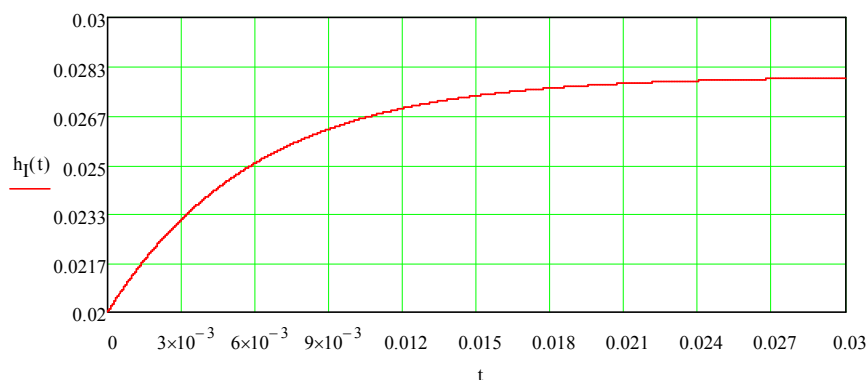
Оригинал находим по формуле разложения.

$$p_1 = 0; p_2 = -\frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{L \cdot (R_2 + R_3)} = -125.$$

$$H_1(p) = R_1 + R_2 + pL; H_2'(p) = 2pL(R_2 + R_3) + R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3.$$

Переходная характеристика четырехполюсника для входного тока

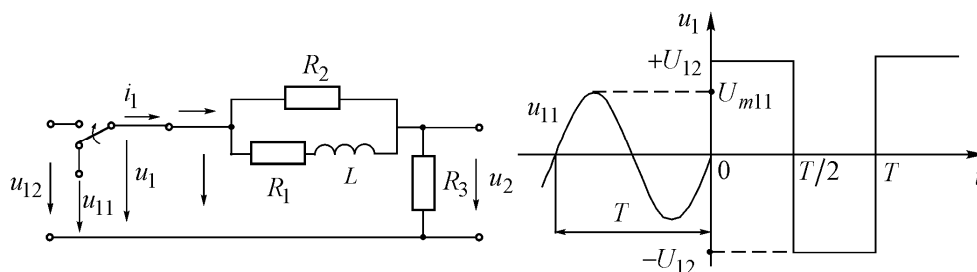
$$h_{I1}(t) = 0.028 - 0.008 \cdot e^{-166.7t}$$



4.2. Переключатель Кл перевести в положение 2 (см. рис. 2) в момент времени, когда входное напряжение $u_3(t) = 0$, $du_3/dt > 0$, т.е. в момент начала положительного импульса напряжения $u_4(t)$. Это условие будет выполнено при равенстве аргумента входного напряжения $(\omega t + \psi_{u3}) = 2k\pi$, где $k = 0, 1, 2, 3$.

Рассчитать и построить графики изменения тока i_{ex} и напряжения $u_{вых}$ четырёхполюсника при подключении его к клеммам с напряжением $u_4(t)$ в момент времени $t = (2k\pi - \psi_{u3}/\omega)$ с учетом запаса энергии в реактивных элементах схемы от предыдущего режима работы (п. 2.2):

- на интервале $t [0+, T]$, где T - период изменения напряжения u_4 ,
- с использованием ЭВМ на интервале, $t [0+, nT]$, где n – количество периодов, которое определяется длительностью переходного процесса.



Решение. Подготовим схему — выберем условно положительные направления токов и напряжений. Определим независимые начальные условия $i_L(t_{0+})$ из значений $i_L(t)$,

рассчитанных до коммутации: $i_L(t_{0+}) = i_L(t_{0-})$. Значение $i_L(t)$ рассчитаем с использованием метода комплексных амплитуд.

Для расчета режима до коммутации используем данные, полученные в п.2.

$$u_{11}(t) = u_1(t) = \sqrt{2} \cdot 5 \sin(10^3 t - 46.3^\circ); \text{В}; \dot{U}_{11} = 5e^{-j46.3^\circ} \text{ В.}$$

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_{11} / \dot{Z}_{BX} = 0.101e^{-j49.9^\circ} \text{ А.}$$

$$\dot{I}_L = \dot{I}_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2 + j\omega L} = 0.00822e^{-j126.8^\circ} \text{ А.}$$

$$\dot{U}_2(t) = R_3 \dot{I}_1(t) = 1.013e^{-j49.9^\circ} \text{ В.}$$

Определим время коммутации t_0 из заданного условия $u_{11}(t_0) = 0, du_{11}(t_0)/dt > 0$:

$$u_{11}(t) = u_1(t) = \sqrt{2} \cdot 5 \sin(10^3 t - 46.3^\circ) = 0$$

$$\text{отсюда } t_0 = \left(\frac{46.3^\circ \cdot \pi}{180^\circ} \right) / \omega = 8.075 \cdot 10^{-4} \Rightarrow \omega t_0 = 46.3^\circ.$$

Находим значение тока в индуктивности для момента времени t_0

$$i_L(t) = \sqrt{2} \cdot 0.017 \sin(10^3 t_0 - 126.8^\circ) = -0.011 \text{ В.}$$

Соответственно, $i_L(0-) = i_L(0+) = -0.011 \text{ А.}$

Характер переходного процесса зависит от корней характеристического уравнения. Характеристическое уравнение составим методом входного сопротивления:

$$Z_{BX} = \frac{(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3) + pL(R_2 + R_3)}{pL + R_1 + R_2} = 0.$$

Откуда получаем:

$$(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3) + pL(R_2 + R_3) = 0 \Rightarrow p_1 = -\frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{L \cdot (R_2 + R_3)} = -166.7.$$

Переходной ток

$$i_L(t) = i_{\text{вын}}(t) + i_{\text{св}}(t).$$

Вынужденная составляющая тока при $U_{12} = 10 \text{ В}$:

$$i_{\text{вын}} = \frac{U_{12} R_2}{R_3 (R_1 + R_2) + R_1 R_2} = 0.1 \text{ А.}$$

Свободная составляющая тока:

$$i_{\text{св}}(t) = A e^{p_1 t}.$$

Используя начальные условия, находим постоянную интегрирования:

$$i_L(0) = i_{\text{вын}}(0) + i_{\text{св}}(0);$$

$$-0.011 = 0.1 + A \Rightarrow A = -0.011 - 0.1 = -0.111 \text{ А.}$$

Ток в индуктивности

$$i_L(t) = i_{\text{вын}}(t) + i_{\text{св}}(t) = 0.1 - 0.111 \cdot e^{-166.7t} \text{ А.}$$

Выходное напряжение:

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} = L \cdot A \cdot p_1 e^{p_1 t} = 8.917 e^{-166.7t} \text{ В.}$$

$$u_{R_2}(t) = i_L(t) R_1 + u_L(t) = 7.2 + 0.892 \cdot e^{-166.7t} \text{ А}; \quad i_2(t) = u_{R_2}(t) / R_2 = 0.18 + 0.022 \cdot e^{-166.7t} \text{ А};$$

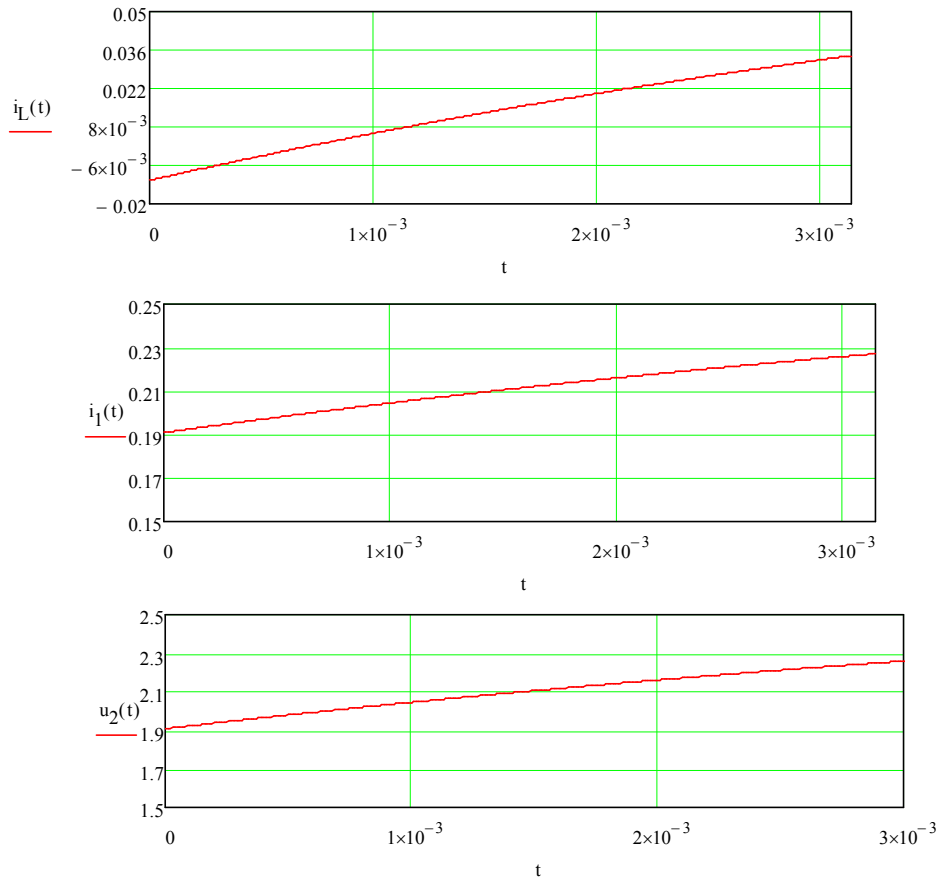
Входной ток находим по первому закону Кирхгофа:

$$i_1(t) = i_2(t) + i_L(t) = u_2(t) / R_2 + i_L(t) = 0.28 - 0.089 \cdot e^{-166.7t} \text{ А.}$$

Выходное напряжение

$$u_2(t) = i_1(t)R_3 = 2.8 - 0.892 \cdot e^{-166.7t} \text{ В.}$$

Графики изменения тока и напряжения на интервале $0 < t < T/2$



Начальные условия для следующего полупериода $i_L(T/2) = 0.034$.

Токи и напряжения на втором полупериоде ищем аналогично предыдущему интервалу с учетом начальных условий и напряжения $U_{12} = -10 \text{ В}$.

Переходной ток

$$i_L(t) = i_{\text{вын}}(t) + i_{\text{св}}(t).$$

Вынужденная составляющая тока при $U_{12} = -10 \text{ В}$:

$$i_{\text{вын}} = \frac{U_{12}R_2}{R_3(R_1 + R_2) + R_1R_2} = -0.1 \text{ А.}$$

Свободная составляющая тока:

$$i_{\text{св}}(t) = Ae^{p_1t}.$$

Используя начальные условия, находим постоянную интегрирования:

$$i_L(0) = i_{\text{вын}}(0) + i_{\text{св}}(0);$$

$$0.034 = -0.1 + A \Rightarrow A = 0.034 + 0.1 = 0.134 \text{ А.}$$

Ток в индуктивности

$$i_L(t) = i_{\text{вын}}(t) + i_{\text{св}}(t) = -0.1 + 0.134 \cdot e^{-166.7t} \text{ А.}$$

Выходное напряжение:

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} = L \cdot A \cdot p_1 e^{p_1t} = -10.718 e^{-166.7t} \text{ В.}$$

$$u_{R2}(t) = i_L(t)R_1 + u_L(t) = -7.2 - 1.072 \cdot e^{-166.7t} \text{ А};$$

$$i_2(t) = u_{R2}(t)/R_2 = -0.18 - 0.027 \cdot e^{-166.7t} \text{ А};$$

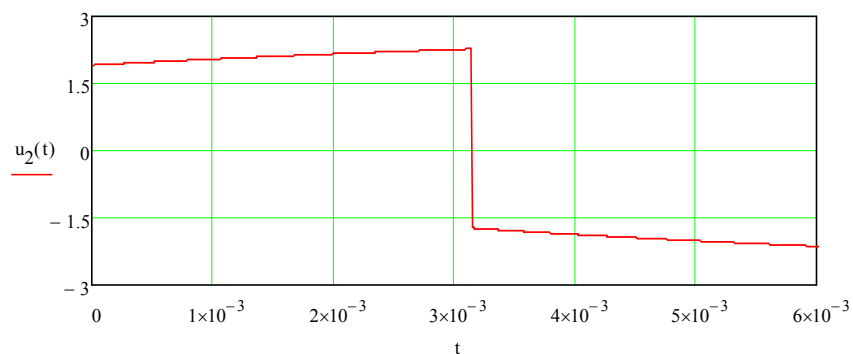
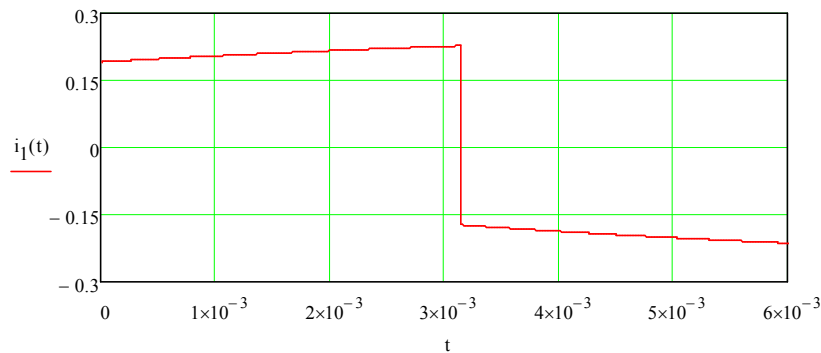
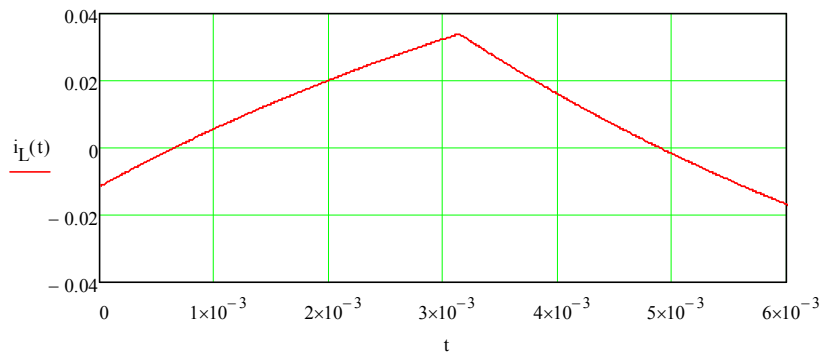
Входной ток находим по первому закону Кирхгофа:

$$i_1(t) = i_2(t) + i_L(t) = u_2(t)/R_2 + i_L(t) = 0.08 + 0.107 \cdot e^{-166.7t} \text{ А}.$$

Выходное напряжение

$$u_2(t) = i_1(t)R_3 = -2.8 + 1.072 \cdot e^{-166.7t} \text{ В}.$$

Графики изменения тока и напряжения на интервале $0 < t < T$



б) с использованием ЭВМ на интервале, $t [0_+, nT]$, где n – количество периодов, которое определяется длительностью переходного процесса.

Рассмотрим k – тый период работы схемы. Начальные условия $i_{L2(k-)}(T/2) = I_{2\text{вын}(k-1)} + A_{2(k-1)}e^{p_1 T/2}$. Ток в индуктивности на первом полупериоде $kT < t < kT + T/2$

$$i_{L1k}(t) = I_{\text{вын}1k} + A_{1k}e^{p_1 t}.$$

Постоянная интегрирования будет равна $A_{1k} = i_{L2(k-1)} - I_{1вынк}$.

Вынужденные составляющие не зависят от номера периода k и равны

$$i_{1вынк} = \frac{U_{12}}{R_3 + R_1 R_2 / (R_1 + R_2)} = 0.096 \text{ А}; \quad i_{2вынк} = \frac{-U_{12}}{R_3 + R_1 R_2 / (R_1 + R_2)} = -0.096 \text{ А}.$$

Тогда будем иметь:

$$A_{1k} = i_{L2(k-1)} - I_{1вынк} = I_{2вынк(k-1)}(T/2) + A_{2(k-1)}e^{p_1 \cdot T/2} - I_{1вынк} = 2I_{2вынк} + A_{2(k-1)}e^{p_1 \cdot T/2}.$$

Обозначим $I_{вынк} = i_{1вынк} = -i_{2вынк} = 0.292$:

$$A_{1k} = -2I_{вынк} + A_{2(k-1)}e^{p_1 \cdot T/2}.$$

Аналогичную формулу получаем для постоянной интегрирования на втором полупериоде:

$$A_{2k} = i_{L1k}(T/2) - I_{2вынк} = I_{1вынк} + A_{1k}e^{p_1 \cdot T/2} - I_{2вынк} = 2I_{вынк} + A_{1k}e^{p_1 \cdot T/2}.$$

Таким образом, расчет сводится к нахождению постоянных интегрирования A_{1k} и A_{2k} от периода к периоду работы схемы.

Данные, полученные в результате расчетов, сводим в таблицу

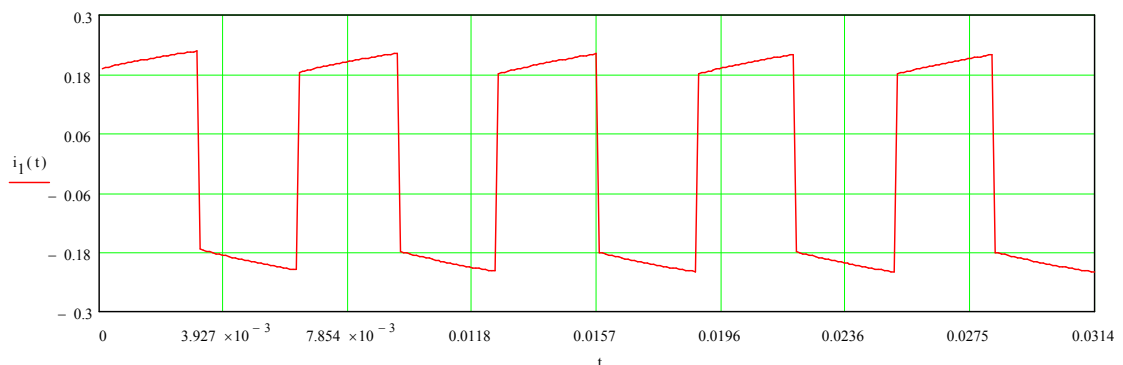
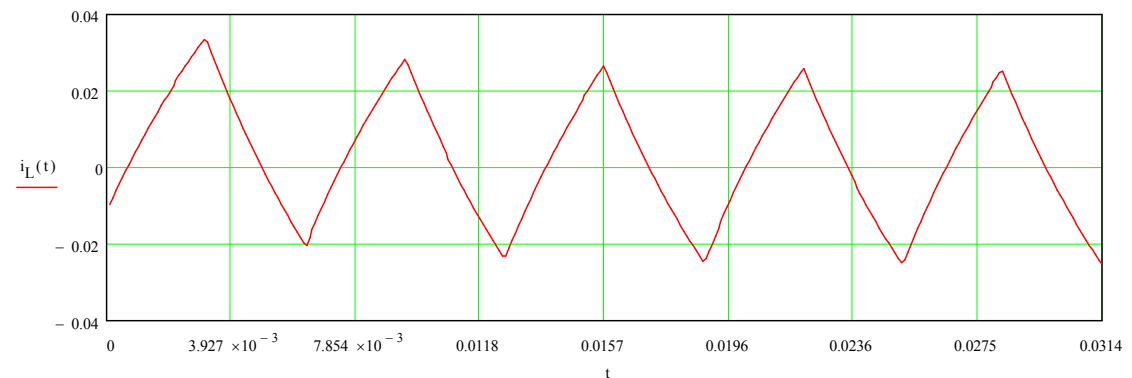
k	1	2	3	4	5
A_{1k}	-0.111	-0.121	-0.124	-0.125	-0.125
A_{2k}	0.134	0.129	0.127	0.126	0.126

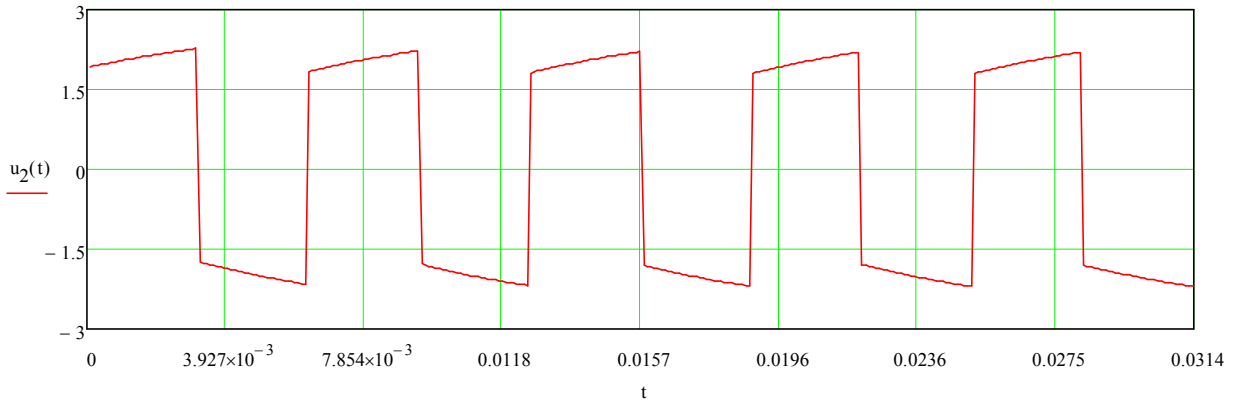
Выходное напряжение

$$u_{вынк}(t) = u_{Lk}(t) = L \frac{di_{Lk}(t)}{dt} = A_k p_1 \cdot e^{p_1 t}.$$

Входной ток

$$i_{вхk}(t) = \frac{u_{вынк}(t)}{R_2} + i_{Lk}(t).$$





5. Расчет установившихся значений напряжений и токов в четырехполюснике при несинусоидальном входном воздействии

5.1. Рассчитать законы изменения тока $i_{вх}(t)$ и напряжения $u_{вых}(t)$ частотным методом, представив напряжение $u_{вх}(t) = u_4(t)$ в виде ряда Фурье до 5-й гармоники:

$$u_{вх}(t) = \sum_1^5 (4 U_m / k\pi) \sin k\omega t, \text{ где } k - \text{целое нечетное число.}$$

5.2. Построить графики $u_{вх}(t) = u_4(t)$, $u_{вх}(t)$, $i_{вх}(t)$, $u_{вых}(t)$ в одном масштабе времени один под другим, где $u_{вх}(t)$, $i_{вх}(t)$, и $u_{вых}(t)$ - суммарные мгновенные значения.

5.3. Определить действующие значения $u_{вх}(t)$, $i_{вх}(t)$, $u_{вых}(t)$ и коэффициенты искажения $i_{вх}(t)$, $u_{вых}(t)$. **Сравнить графики $i_{вх}(t)$, $u_{вых}(t)$ с соответствующими графиками п. 4.2.б, сделать выводы.**

5.4. Заменить несинусоидальные кривые $u_{вх}(t)$, $i_{вх}(t)$ эквивалентными синусоидами и построить их графики.

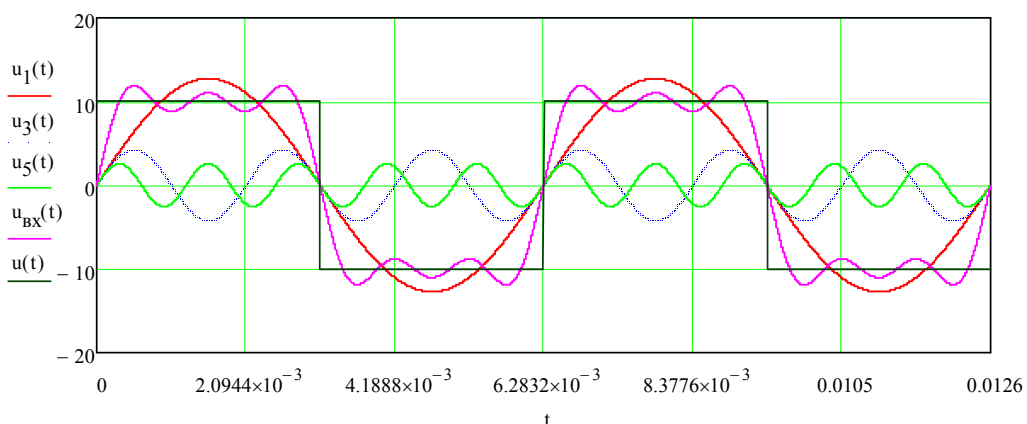
Напряжение на входе 4-х полюсника

$$u_4(t) = \begin{cases} +10, & 0 < t \leq T/2; \\ -10, & T/2 < t \leq T. \end{cases}$$

Рассчитываем амплитуды первых трех ненулевых гармоник:

$$U_{1m} = \frac{4U_{4m}}{\pi} = 12.732 \text{ В}; \quad U_{3m} = \frac{4U_{4m}}{3\pi} = 4.244 \text{ В}; \quad U_{5m} = \frac{4U_{4m}}{5\pi} = 2.546 \text{ В};$$

$$u(t) = U_{1m} \sin \omega t + U_{3m} \sin 3\omega t + U_{5m} \sin 5\omega t.$$



- Первая гармоника
- · · Третья гармоника
- Пятая гармоника
- $u_1(t) + u_3(t) + u_5(t)$
- Входное напряжение $u_4(t)$

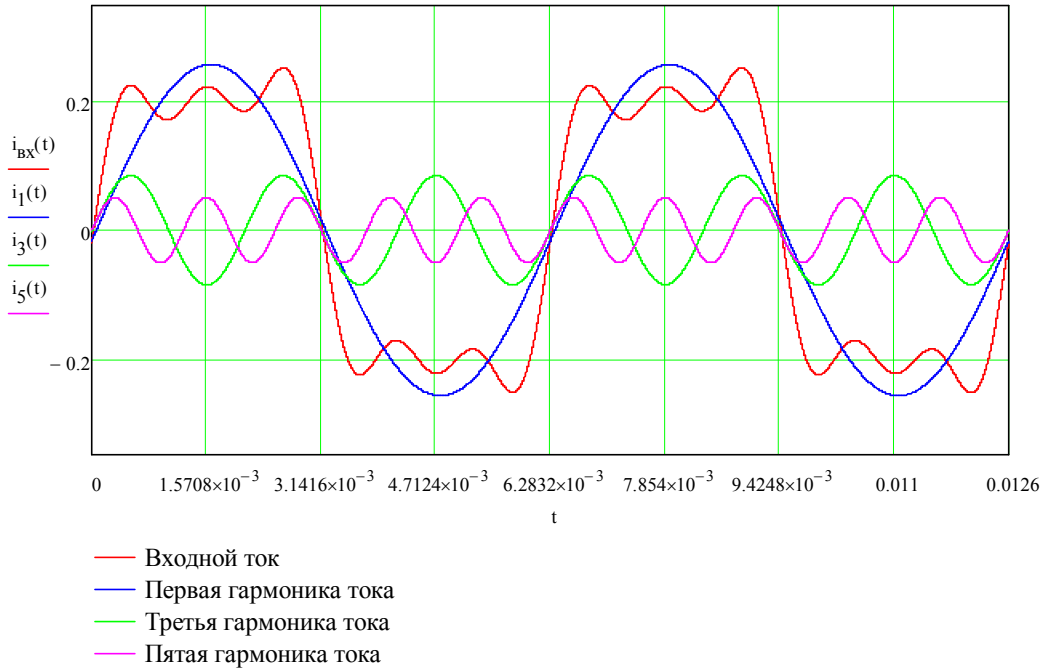
Находим гармоники входного тока:

$$Z_{BX} = \frac{j\omega C \cdot R_1(R_2 + R_3) + R_1 + R_2 + R_3}{j\omega C \cdot (R_1 + R_2 + R_3)} = 49.364e^{j0.064}; \quad I_{1m} = \frac{U_{1m}}{Z_{BX}(\omega)} = 0.258 \cdot e^{-j0.064} \text{ A};$$

$$Z_{3BX} = \frac{j3\omega C \cdot R_1(R_2 + R_3) + R_1 + R_2 + R_3}{j3\omega C \cdot (R_1 + R_2 + R_3)} = 49.926e^{j0.022}; \quad I_{3m} = \frac{U_{3m}}{Z_{3BX}(\omega)} = 0.085 \cdot e^{-j0.022} \text{ A};$$

$$Z_{5BX} = \frac{j5\omega C \cdot R_1(R_2 + R_3) + R_1 + R_2 + R_3}{j5\omega C \cdot (R_1 + R_2 + R_3)} = 49.973e^{j0.013}; \quad I_{5m} = \frac{U_{5m}}{Z_{5BX}(\omega)} = 0.051 \cdot e^{-j0.013} \text{ A};$$

$$i_{\text{вх}}(t) = 0.608 \sin(\omega t + 0.1) + 0.204 \sin(3\omega t + 0.033) + 0.122 \sin(5\omega t + 0.02).$$



Для нахождения выходного напряжения воспользуемся спектральным методом анализа. АЧХ и ФЧХ 4-х полюсника были найдены в п. 2.4

Амплитудно-частотная характеристика – это модуль передаточной функции цепи:

$$W(\omega) = \frac{U_2(\omega)}{U_1(\omega)} = \frac{R_3 \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (\omega L)^2}}{\sqrt{(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)^2 + (\omega L (R_2 + R_3))^2}}.$$

Фазо-частотная характеристика – это аргумент передаточной функции цепи:

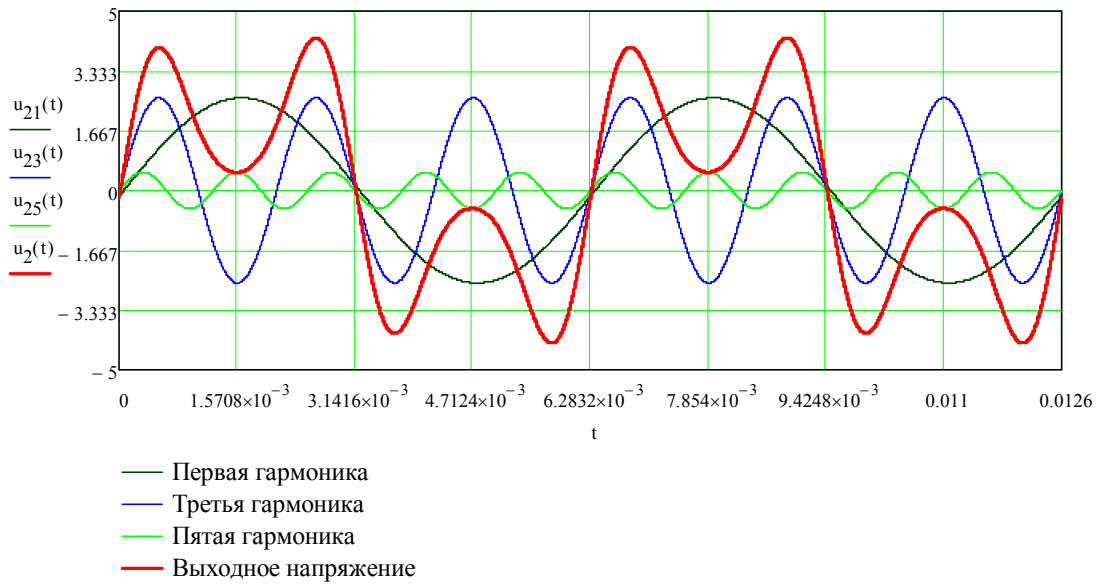
$$\varphi(\omega) = \text{arctg} \left(\frac{\omega L}{(R_1 + R_2)} \right) - \text{arctg} \left(\frac{\omega L (R_2 + R_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \right).$$

$$U_{21}(\omega) = W_1(\omega)U_{41}(\omega) = 2.579 \text{ В}; \quad \varphi_1(\omega) = -0.064;$$

$$U_{23}(3\omega) = W_3(3\omega)U_{43}(3\omega) = 0.85 \text{ В}; \quad \varphi_3(3\omega) = -0.022;$$

$$U_{25}(5\omega) = W_{51}(5\omega)U_{45}(5\omega) = 0.51 \text{ В}; \quad \varphi_5(5\omega) = -0.013;$$

$$u_2(t) = U_{2m} \sin(\omega t + \varphi_1) + U_{3m} \sin(3\omega t + \varphi_3) + U_{5m} \sin(5\omega t + \varphi_5).$$



Исследуемый 4-х полюсник обладает свойствами НЧ - фильтра, т.е. подавляет ВЧ-сигналы. Форма выходного напряжения оказывается более искаженной, чем входное напряжение.

5.3. Определяем действующие значения $u_{вх}(t)$, $i_{вх}(t)$, $u_{вых}(t)$ и коэффициенты искажения $i_{вх}(t)$, $u_{вых}(t)$.

Действующее значение несинусоидального сигнала вычисляем по формуле:

$$U = \sqrt{\sum_{k=1}^n U_k^2}.$$

Действующие значения гармоник входного напряжения:

$$U_{41} = U_{41m} / \sqrt{2} = 12.732 / \sqrt{2} = 9.003 \text{ В};$$

$$U_{43} = U_{43m} / \sqrt{2} = 4.244 / \sqrt{2} = 3.001 \text{ В};$$

$$U_{45} = U_{45m} / \sqrt{2} = 2.546 / \sqrt{2} = 1.801 \text{ В};$$

$$U_4 = \sqrt{9.003^2 + 3.001^2 + 1.801^2} = 9.659 \text{ В}.$$

Действующие значения гармоник выходного напряжения:

$$U_{21} = U_{21m} / \sqrt{2} = 2.579 / \sqrt{2} = 1.824 \text{ В};$$

$$U_{23} = U_{23m} / \sqrt{2} = 0.85 / \sqrt{2} = 0.601 \text{ В};$$

$$U_{25} = U_{25m} / \sqrt{2} = 0.51 / \sqrt{2} = 0.36 \text{ В};$$

$$U_2 = \sqrt{1.824^2 + 0.601^2 + 0.36^2} = 1.954 \text{ В}.$$

Действующие значения гармоник входного тока:

$$I_{41} = I_{41m} / \sqrt{2} = 0.258 / \sqrt{2} = 0.182 \text{ A};$$

$$I_{43} = I_{43m} / \sqrt{2} = 0.085 / \sqrt{2} = 0.06 \text{ A};$$

$$I_{45} = I_{45m} / \sqrt{2} = 0.051 / \sqrt{2} = 0.036 \text{ A};$$

$$I_1 = \sqrt{0.182^2 + 0.06^2 + 0.036^2} = 0.1956 \text{ A}.$$

Коэффициент искажения – отношение действующего значения несинусоидального напряжения к действующему значению первой гармоники:

$$K_{U4} = U_4 / U_{41} = 5.813 / 5.42 = 1.072;$$

$$K_{U2} = U_2 / U_{21} = 1.954 / 1.824 = 1.071;$$

$$K_{I4} = I_4 / I_{41} = 0.1956 / 0.182 = 1.071.$$