

## Вариант № = 708

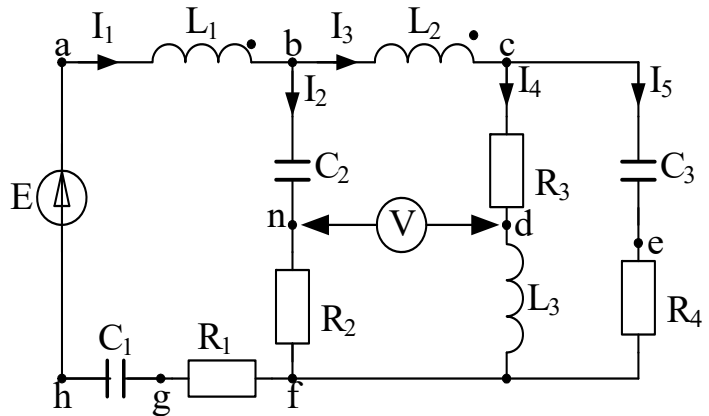
В электрической цепи действует источник синусоидальной ЭДС  $e(\omega t) = E\sqrt{2}\sin(\omega t + \psi)$ .  
 Схема цепи приведенные на рис. 1. Действующее значение ЭДС  $E$  источника, начальная фаза  $\psi$  и значение параметров цепи заданы.

Исходные данные:

$E = 220(\text{В})$	$x_{L1} = 37(\text{Ом})$
$\psi = 50^\circ$	$x_{L2} = 27(\text{Ом})$
$R_1 = 16(\text{Ом})$	$x_{L3} = 20(\text{Ом})$
$R_2 = 14(\text{Ом})$	$x_{C1} = 13(\text{Ом})$
$R_3 = 12(\text{Ом})$	$x_{C2} = 10(\text{Ом})$
$R_4 = 10(\text{Ом})$	$x_{C3} = 6(\text{Ом})$
$f = 50(\text{Гц})$	$x_m = 15(\text{Ом})$

Тип схемы = "П"

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 50 = 314.159 \left( \frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)$$



### I. Для электрической цепи без взаимной индукции:

- рассчитать все токи комплексным методом, определить показание вольтметра;
- составить баланс активных  $P$  и реактивных  $Q$  мощностей цепи;
- построить совмещенные: векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений;
- принять сопротивление  $R_2=0$  и считая сопротивление этой ветви неизвестным определить его из условия резонанса токов. Найти эквивалентную индуктивность или емкость для заданной частоты;
- рассчитать токи для резонансного состояния, определить показания вольтметра, проверить правильность расчетов по балансу мощностей;
- рассчитать (найти нули и полюса) и построить частотную характеристику входного сопротивления цепи. Активные сопротивления не учитывать.

### II. При наличии магнитной связи между индуктивными элементами $L_1$ и $L_2$

(одноименные концы элементов отмечены на схеме точками):

- преобразовав схему до двух независимых контуров, рассчитать токи во всех ветках методом контурных токов, определить показания вольтметра;
- проверить правильность расчетов по балансу мощностей, определить активную  $P_M$  и реактивную  $Q_M$  мощности магнитной связи;
- построить совмещенные: векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений (на диаграмме показать напряжения взаимной индукции  $U_M$ ).

### III. Отбросив крайнюю ветку между полюсами 2, 2' устранить магнитную связь.

Полученную схему рассматривать как четырехполюсник и полюсами 1,1' и 2, 2':

- рассчитать коэффициенты четырехполюсника (в форме  $A$ );
- найти ЭДС  $E$  и ток  $I_1$  на входе четырехполюсника при которых на выходе  $U_2=100(\text{В})$ ,  $I_2=1(\text{А})$ , а угол сдвига фаз между синусоидами напряжения и тока  $f_2=30^\circ$ . Сделать проверку, нагрузив 4-полюсник на соответствующее сопротивление.
- рассчитать параметры  $R, L, C$  ветвей схемы замещения («Т» или «П»)
- определить вторичные параметры четырехполюсника (характеристические сопротивления  $Z_{c1}$ ,  $Z_{c2}$  и постоянную передачи  $g$ ;
- в согласованном режиме четырехполюсника по вторичными параметрами определить комплексы напряжения  $U_2$  и тока  $I_2$  (на выходе четырехполюсника) при заданной ЭДС на входе. Сделать проверку для схемы замещения.

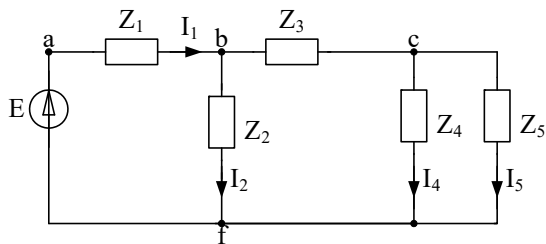
## I. Для электрической цепи без взаимной индукции:

а) рассчитать все токи комплексным методом, определить показание вольтметра:

значение Э.Д.С. в комплексной форме:

$$E = E e^{j\psi} = 1414.133 + 168.5298j = 220 e^{50j}$$

сопротивление ветвей



$$z_1 = R_1 + j(x_{L1} - x_{c1}) = 16 + 24j = 28.8444 e^{56.3099j}$$

$$z_2 = R_2 - j x_{c2} = 14 - 10j = 17.2047 e^{-35.5377j}$$

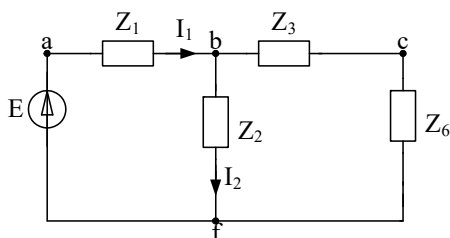
$$z_3 = j x_{L2} = 27j = 27 e^{90j}$$

$$z_4 = R_3 + j x_{L3} = 12 + 20j = 23.3238 e^{59.0362j}$$

$$z_5 = R_4 - j x_{c3} = 10 - 6j = 11.6619 e^{-30.9638j}$$

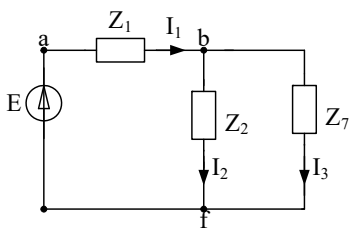
Определение эквивалентного сопротивления:

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями  $Z_4$  и  $Z_5$



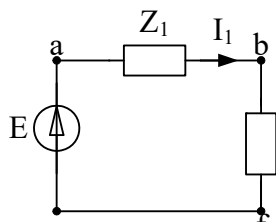
$$z_6 = \frac{z_4 z_5}{z_4 + z_5} = \frac{23.3238 e^{59.0362j} 11.6619 e^{-30.9638j}}{12 + 20j + 10 - 6j} = 10.4 - 0.8j = 10.4307 e^{-4.3987j}$$

эквивалентное сопротивление последовательно соединенных сопротивлений  $Z_3$  и  $Z_6$



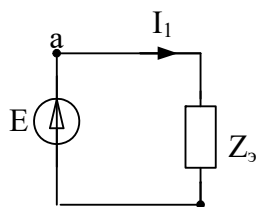
$$z_7 = z_3 + z_6 = 27j + 10.4 - 0.8j = 10.4 + 26.2j = 28.1887 e^{68.3496j}$$

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями  $Z_2$  и  $Z_7$



$$z_8 = \frac{z_7 z_2}{z_7 + z_2} = \frac{28.1887 e^{68.3496j} 17.2047 e^{-35.5377j}}{10.4 + 26.2j + 14 - 10j} = 16.557 - 0.2224j = 16.5587 e^{-0.7697j}$$

Эквивалентное сопротивление цепи относительно зажимов источника ЭДС E



$$z_3 = z_1 + z_8 = 16 + 24j + 16.5572 - 0.2224j = 32.5572 + 23.7776j = 40.3156e^{36.1418j}$$

По закону Ома определяем ток на входе цепи.

$$I_1 = \frac{E}{z_3} = \frac{220e^{50j}}{40.3156e^{36.1418j}} = 5.2981 + 1.307j = 5.4569e^{13.858j}$$

Расчет действующие значений токов в параллельных ветвях:

$$I_2 = \frac{I_1 \cdot z_7}{z_2 + z_7} = \frac{5.4569e^{13.858j} \cdot 28.1887e^{68.3496j}}{14 - 10j + 10.4 + 26.2j} = 3.4715 + 3.9412j = 5.2521e^{48.626j}$$

$$I_3 = \frac{I_1 \cdot z_2}{z_2 + z_7} = \frac{5.4569e^{13.858j} \cdot 17.2047e^{-35.5377j}}{14 - 10j + 10.4 + 26.2j} = 1.8266 - 2.6342j = 3.2055e^{-55.261j}$$

$$I_4 = \frac{I_3 \cdot z_5}{z_4 + z_5} = \frac{3.2055e^{-55.261j} \cdot 11.6619e^{-30.9638j}}{12 + 20j + 10 - 6j} = -0.6883 - 1.2575j = 1.4336e^{-118.7j}$$

$$I_5 = \frac{I_3 \cdot z_4}{z_4 + z_5} = \frac{3.2055e^{-55.261j} \cdot 23.3238e^{59.0362j}}{12 + 20j + 10 - 6j} = 2.515 - 1.3767j = 2.8671e^{-28.696j}$$

### б) Составим баланс активных и реактивных мощностей

Полная мощность генератора:

\*

$$S = E I_1 = 220e^{50j} \cdot 5.4569e^{-13.8582j} = 969.5 + 708.05j \text{ (ВА)}$$

Потребляемая активная мощность:

$$P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_4^2 R_3 + I_5^2 R_4 = 5.4569^2 \times 16 + 5.2521^2 \times 14 + 1.4336^2 \times 12 + 2.8671^2 \times 10 = 969.4995 \text{ Вт}$$

Реактивная мощность цепи:

$$Q = I_1^2(x_{L1} - x_{c1}) + I_2^2(-x_{c2}) + I_3^2 x_{L2} + I_4^2 x_{L3} + I_5^2(-x_{c3}) = 5.457^2(37 - 13) + 5.252^2 \times -10 + 3.206^2 \times 27 + 1.434^2 \times 20 + 2.867^2 \times -6 = 708.056 \text{ ВАР}$$

Погрешность расчета:

$$\eta_P = \left| \frac{S_P - P}{S_P} \right| 100\% = \left| \frac{969.5 - 969.4995}{969.5} \right| 100\% = 5.2283 \times 10^{-5} \%$$

$$\eta_Q = \left| \frac{S_Q - Q}{S_Q} \right| 100\% = \left| \frac{708.05 - 708.0556}{708.05} \right| 100\% = 7.8525 \times 10^{-4} \%$$

Действующие значения напряжений на каждом элементе

$$\begin{aligned}
 U_{R1} &= I_1 R_1 = 5.4569e^{13.8582j} \cdot 16 = 84.77 + 20.913j = 87.311e^{13.858j} \\
 U_{R2} &= I_2 R_2 = 5.2521e^{48.6262j} \cdot 14 = 48.6 + 55.177j = 73.529e^{48.626j} \\
 U_{R3} &= I_4 R_3 = 1.4336e^{-118.696j} \cdot 12 = -8.2601 - 15.09j = 17.203e^{-118.7j} \\
 U_{R4} &= I_5 R_4 = 2.8671e^{-28.696j} \cdot 10 = 25.15 - 13.767j = 28.671e^{-28.696j} \\
 U_{L1} &= I_1 j x_{L1} = 5.4569e^{13.8582j} \cdot j \cdot 37 = -48.361 + 196.03j = 201.91e^{103.86j} \\
 U_{L2} &= I_3 j x_{L2} = 3.2055e^{-55.2611j} \cdot j \cdot 27 = 71.123 + 49.319j = 86.55e^{34.739j} \\
 U_{L3} &= I_4 j x_{L3} = 1.4336e^{-118.696j} \cdot j \cdot 20 = 25.15 - 13.767j = 28.671e^{-28.696j} \\
 U_{c1} &= I_1 \cdot -j x_{c1} = 5.4569e^{13.8582j} \cdot -j \cdot 13 = 16.992 - 68.875j = 70.94e^{-76.142j} \\
 U_{c2} &= I_2 \cdot -j x_{c2} = 5.2521e^{48.6262j} \cdot -j \cdot 10 = 39.412 - 34.715j = 52.521e^{-41.374j} \\
 U_{c3} &= I_5 \cdot -j x_{c3} = 2.8671e^{-28.696j} \cdot -j \cdot 6 = -8.2601 - 15.09j = 17.203e^{-118.7j}
 \end{aligned}$$

напряжение на зажимах вольтметра рассчитаем по двум путям:

$$\begin{aligned}
 U_{nd} &= U_{L2} + U_{R3} - U_{c2} = 71.1229 + 49.3194j + (-8.2601 - 15.0899j) - (39.4123 - 34.7146j) = 23.4505 + 68.9444j \\
 &= 72.8231e^{71.2149j} \\
 U_{nd} &= U_{R2} - U_{L3} = 48.6004 + 55.1772j - (25.1499 - 13.7669j) = 23.4505 + 68.9444j = 72.8231e^{71.2149j}
 \end{aligned}$$

Показания вольтметра равно действующему напряжению на его зажимах:

$$V = |U_{nd}| = 72.8231(\text{В})$$

**в) построим совмещенные: векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений;**

Определим потенциалы всех точек, пусть  $\phi_h = 0$ :

$$\begin{aligned}
 \phi_g &= \phi_h + U_{c1} = 0 + 16.9916 - 68.8753j = 16.9916 - 68.8753j = 70.9403e^{-76.1418j} \\
 \phi_f &= \phi_g + U_{R1} = 16.9916 - 68.8753j + 84.7697 + 20.9127j = 101.7612 - 47.9626j = 112.4978e^{-25.2357j} \\
 \phi_n &= \phi_f + U_{R2} = 101.7612 - 47.9626j + 48.6004 + 55.1772j = 150.3616 + 7.2145j = 150.5346e^{2.747j} \\
 \phi_e &= \phi_f + U_{R4} = 101.7612 - 47.9626j + 25.1499 - 13.7669j = 126.9111 - 61.7295j = 141.1275e^{-25.9383j} \\
 \phi_d &= \phi_f + U_{L3} = 101.7612 - 47.9626j + 25.1499 - 13.7669j = 126.9111 - 61.7295j = 141.1275e^{-25.9383j} \\
 \phi_c &= \phi_d + U_{R3} = 126.9111 - 61.7295j + (-8.2601 - 15.0899j) = 118.651 - 76.8194j = 141.3481e^{-32.9207j} \\
 \phi_b &= \phi_c + U_{L2} = 118.651 - 76.8194j + 71.1229 + 49.3194j = 189.7739 - 27.5j = 191.7561e^{-8.2453j} \\
 \phi_a &= \phi_b + U_{L1} = 189.7739 - 27.5j + (-48.3606 + 196.0298j) = 141.4133 + 168.5298j = 220e^{50j}
 \end{aligned}$$

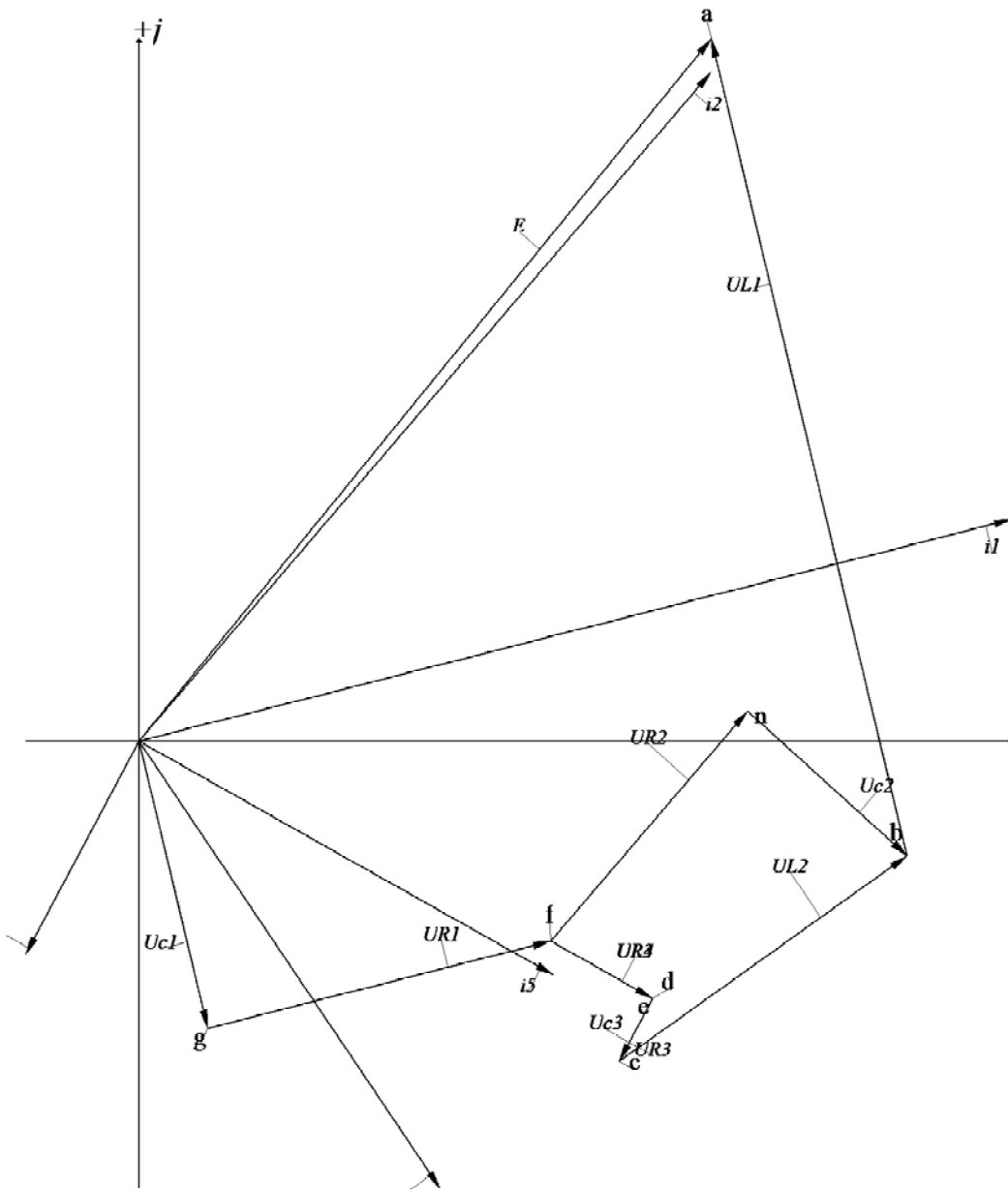
масштаб по току и напряжению

$$m_i = 0.63, A/cm$$

$$m_u = 26., V/cm$$

Совмещенная векторная диаграмма токов и топографическая диаграмма напряжений

(без учета магнитной связи)



г) принять сопротивление  $R_2=0$  и считая сопротивление этой ветви неизвестным определить его из условия резонанса токов. Найти эквивалентную индуктивность или емкость для заданной частоты;

воспользуемся значением сопротивления  $Z_7$ , которое рассчитано в пункте а

$$z_7 = 10.4 + 26.2j = 28.1887e^{68.3496j}$$

Полная, активная и реактивная проводимость ветвей между точками b:g по пути bсg

$$Y_7 = \frac{1}{z_7} = \frac{1}{10.4 + 26.2j} = (0.0131 - 0.033j)(Cм)$$

$$G_7 = \text{Re}(Y_7) = 0.0131(Cм); B_7 = \text{Im}(Y_7) = -0.033(Cм)$$

В схеме возможен резонанс токов на участке b:g цепи при равенстве нулю реактивной проводимости этого участка

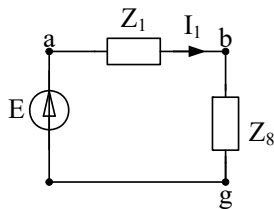
$$\frac{1}{j x_2} + j B_7 = 0$$

отсюда выразим  $x_2$

$$x_2 = \frac{1}{B_7} = \frac{1}{-0.033} = -30.3282(Ом) \Rightarrow c_2 = \frac{-1}{x_2 \omega} = \frac{-1}{-30.328 \times 314.159} = 1.05 \times 10^{-4}(\Phi)$$

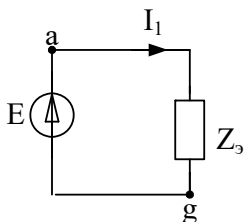
$$z_2 = j x_2 = -30.3282j = 30.3282e^{-90j}$$

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями  $Z_2$  и  $Z_7$



$$z_8 = \frac{z_7 \cdot z_2}{z_7 + z_2} = \frac{28.1887e^{68.3496j} \cdot 30.3282e^{-90j}}{10.4 + 26.2j + -30.3282j} = 76.404 = 76.4038e^{1.6866 \times 10^{-14}j}$$

Эквивалентное сопротивление цепи относительно зажимов источника ЭДС E



$$z_3 = z_1 + z_8 = 16 + 24j + 76.4038 = 92.4038 + 24j = 95.4697e^{14.5597j}$$

д) рассчитать токи для резонансного состояния, определить показания вольтметра, проверить правильность расчетов по балансу мощностей;

По закону Ома определяем ток на входе цепи.

$$I_1 = \frac{E}{z_3} = \frac{220e^{50j}}{95.4697e^{14.5597j}} = 18774 + 13362j = 23044e^{35.44j}$$

Расчет действующие значения токов в параллельных ветвях:

$$I_2 = \frac{I_1 \cdot z_7}{z_2 + z_7} = \frac{2.3044e^{35.4403j} \cdot 28.1887e^{68.3496j}}{-30.3282j + 10.4 + 26.2j} = -3.3662 + 4.7297j = 5.8053e^{125.44j}$$

$$I_3 = \frac{I_1 \cdot z_2}{z_2 + z_7} = \frac{2.3044e^{35.4403j} \cdot 30.3282e^{-90j}}{-30.3282j + 10.4 + 26.2j} = 5.2437 - 3.3935j = 6.2459e^{-32.909j}$$

$$I_4 = \frac{I_3 \cdot z_5}{z_4 + z_5} = \frac{6.2459e^{-32.9093j} \cdot 11.6619e^{-30.9638j}}{12 + 20j + 10 - 6j} = -0.3087 - 2.7762j = 2.7933e^{-96.344j}$$

$$I_5 = \frac{I_3 \cdot z_4}{z_4 + z_5} = \frac{6.2459e^{-32.9093j} \cdot 23.3238e^{59.0362j}}{12 + 20j + 10 - 6j} = 5.5523 - 0.6173j = 5.5865e^{-6.3442j}$$

Действующие значения напряжений

$$U_{R3} = I_4 R_3 = 2.7933e^{-96.3442j} \cdot 12 = -3.7039 - 33.314j = 33.519e^{-96.344j}$$

$$U_{L2} = I_3 j x_{L2} = 6.2459e^{-32.9093j} \cdot j \times 27 = 91.624 + 14.158j = 168.64e^{57.091j}$$

$$U_{L3} = I_4 j x_{L3} = 2.7933e^{-96.3442j} \cdot j \times 20 = 55.523 - 6.1732j = 55.865e^{-6.3442j}$$

$$U_{x2} = I_2 j x_2 = 5.8053e^{125.4403j} \cdot j \times -30.3282 = 39.412 - 34.715j = 52.521e^{-41.374j}$$

напряжение на зажимах вольтметра рассчитаем по двум путям:

$$U_{nd} = U_{L2} + U_{R3} - U_{x2} = 91.6241 + 14.1579j + -3.7039 - 33.314j - (14.34434 + 102.0919j) = -55.5233 + 6.1732j \\ = 55.8654e^{173.6558j}$$

$$U_{nd} = -U_{L3} = -(55.5233 - 6.1732j) = -55.5233 + 6.1732j = 55.8654e^{173.6558j}$$

Показания вольтметра равно действующему напряжению на его зажимах:

$$V = |U_{nd}| = 55.8654(\text{В})$$

**Составим баланс активных и реактивных мощностей**

Полная мощность генератора:

\*

$$S = E \cdot I_1 = 220e^{50j} \cdot 2.3044e^{-35.4403j} = 490.69 + 127.45j (\text{ВА})$$

Потребляемая активная мощность:

$$P = I_1^2 R_1 + I_4^2 R_3 + I_5^2 R_4 = 2.3044^2 \times 16 + 2.7933^2 \times 12 + 5.5865^2 \times 10 = 490.6867 \text{ Вт}$$

Реактивная мощность цепи:

$$Q = I_1^2 (x_{L1} - x_{c1}) + I_2^2 x_2 + I_3^2 x_{L2} + I_4^2 x_{L3} + I_5^2 (-x_{c3}) = \\ = 2.3044^2 (37 - 13) + 5.805^2 \times -30.328 + 6.246^2 \times 27 + 2.793^2 \times 20 + 5.587^2 \times -6 = 127.447 \text{ ВАР}$$

Погрешность расчета:

$$\eta_p = \left| \frac{S_p - P}{S_p} \right| 100\% = \left| \frac{490.69 - 490.6867}{490.69} \right| 100\% = 6.6661 \times 10^{-4} \%$$

$$\eta_Q = \left| \frac{S_Q - Q}{S_Q} \right| 100\% = \left| \frac{127.45 - 127.4469}{127.45} \right| 100\% = 2.4161 \times 10^{-3} \%$$

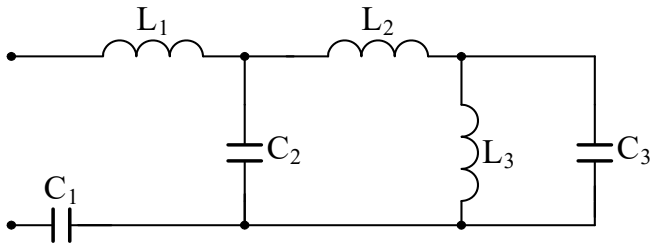
**ж) рассчитать (найти нули и полюса) и построить частотную характеристику входного сопротивления цепи. Активные сопротивления не учитывать.**

Параметры реактивных элементов находятся из условия, что индуктивные и емкостные сопротивления заданы для частоты 50 (Гц).

$$L_1 = \frac{X_{L1}}{\omega} = \frac{37}{314.1593} = 117.7747(\text{мГн}); c_1 = \frac{1}{X_{c1} \omega} = \frac{1}{13 \times 314.1593} = 244.8538(\text{мкФ})$$

$$L_2 = \frac{X_{L2}}{\omega} = \frac{27}{314.1593} = 85.9437(\text{мГн}); c_2 = \frac{1}{X_{c2} \omega} = \frac{1}{10 \times 314.1593} = 318.3099(\text{мкФ})$$

$$L_3 = \frac{X_{L3}}{\omega} = \frac{20}{314.1593} = 63.662(\text{мГн}); c_3 = \frac{1}{X_{c3} \omega} = \frac{1}{6 \times 314.1593} = 530.5165(\text{мкФ})$$



$$Z_{\text{вх}}(\omega) = \omega L_1 + \frac{-1}{\omega c_1} + \frac{\left( \frac{\frac{-1}{\omega c_3} \omega L_3}{\omega L_3 - \frac{1}{\omega c_3}} + \omega L_2 \right) \left( \frac{-1}{\omega c_2} \right)}{\left( \frac{-1}{\omega c_3} \right) \omega L_3 + \omega L_2 + \frac{-1}{\omega c_2}} = \frac{F_1(\omega)}{F_2(\omega)}$$

$$F_1(\omega) = \omega^6 L_1 c_1 L_2 c_2 L_3 c_3 + (-L_1 c_1 L_2 c_2 - L_1 c_1 L_3 c_3 - L_2 c_2 L_3 c_3 - c_1 L_2 L_3 c_3 - L_1 c_1 L_3 c_2) \omega^4 \dots + (L_1 c_1 + c_1 L_3 + L_2 c_2 + L_3 c_3 + L_3 c_2 + c_1 L_2) \omega^2 - 1$$

$$F_2(\omega) = [\omega^4 L_2 c_2 L_3 c_3 + (-L_2 c_2 - L_3 c_3 - L_3 c_2) \omega^2 + 1] \omega c_1$$

определим полюса входного сопротивления

$$F_2(\omega) = 0$$

обозначим

$$a = L_2 c_2 L_3 c_3$$

$$b = -L_2 c_2 - L_3 c_3 - L_3 c_2$$

$$F_2(\omega) = (a \omega^4 + b \omega^2 + 1) \omega c_1 = 0$$

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a}}{a}}$$

$$\omega_{p1} = 121.4832$$

$$\omega_{p2} = 270.8084$$

$$\omega_{p3} = 0$$



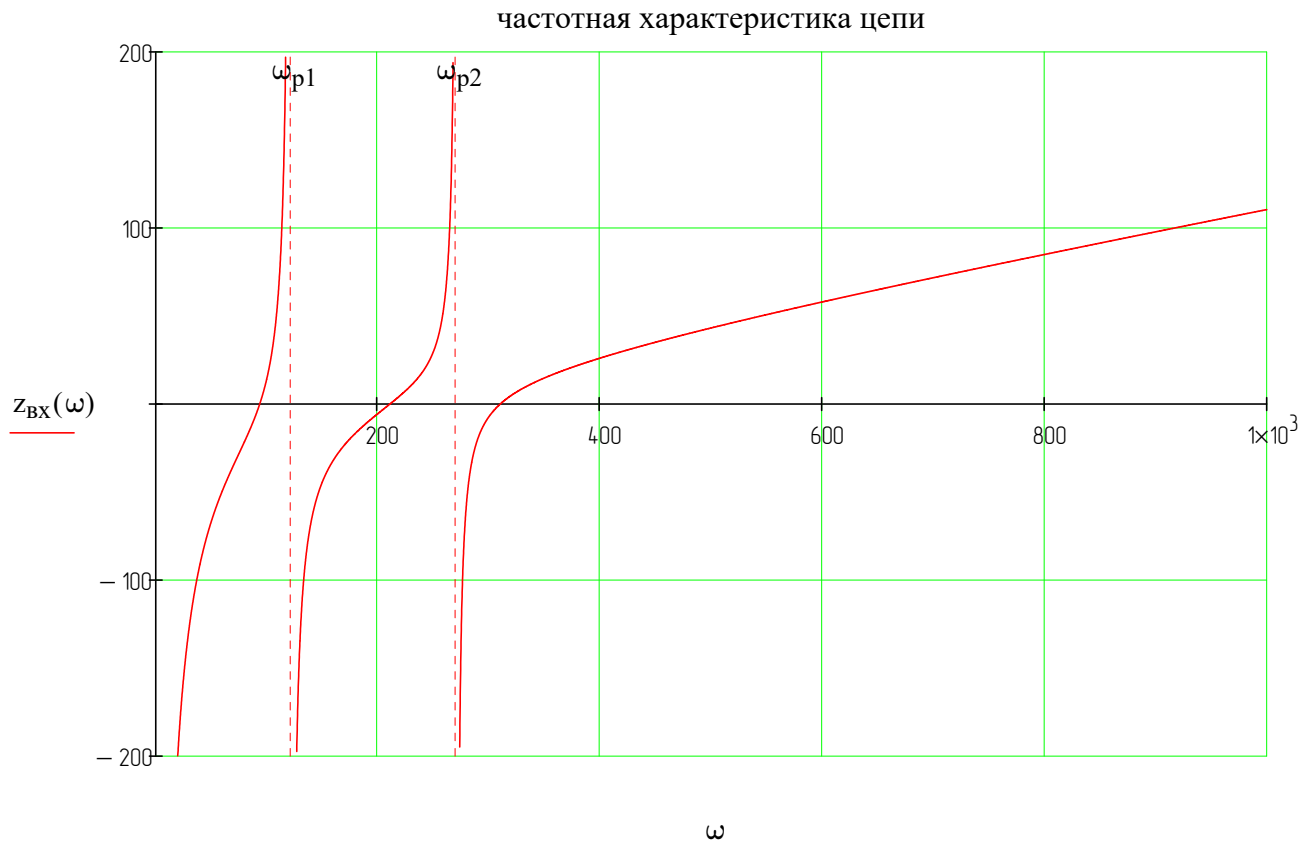
определим нули входного сопротивления

$$F_1(\omega) = 0$$

$$\omega_1 = 93.667$$

$$\omega_2 = 210.8645$$

$$\omega_3 = 310.1767$$



$\omega$	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850	900	950	1000
$Z_{BX}$	-66.9	14.2	-44.3	-5.5	29.7	-7.2	14.8	26.1	35.1	43.2	50.8	58	64.9	71.7	78.4	84.9	91.4	97.8	104.1	110.4

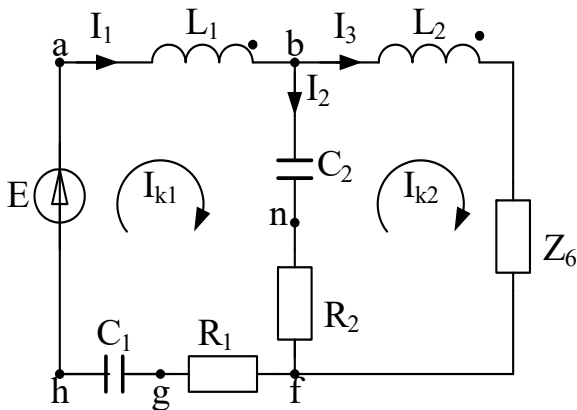
таблица =

**II. При наличии магнитной связи между индуктивными элементами  $L_1, L_2$**

**(одноименные концы элементов отмечены на схеме точками):**

**а) превратив схему до двух независимых контуров, рассчитать токи в всех ветках схемы методом контурных токов, определить показы вольтметра;**

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями  $Z_4$  и  $Z_5$



$$z_6 = \frac{z_4 z_5}{z_4 + z_5} = \frac{23.3238e^{59.0362j} \cdot 11.6619e^{-30.9638j}}{12 + 20j + 10 - 6j} = 10.4 - 0.8j = 10.4307e^{-4.3987j}$$

собственное сопротивление первого контура

$$z_{11} = R_1 + R_2 + j(x_{L1} - x_{c1} - x_{c2}) = 16 + 14 + j(37 - 13 - 10) = 30 + 14j = 33.106e^{25.017j}$$

собственное сопротивление второго контура

$$z_{22} = z_6 + j(x_{L2} - x_{c2}) + R_2 = 10.4 - 0.8j + j(27 - 10) + 14 = 24.4 + 16.2j = 29.288e^{33.582j}$$

общее сопротивление первого и второго контура

$$z_{12} = -R_2 + j(x_{c2} + x_m) = -14 + 25j = 28.653e^{119.25j}$$

Уравнения цепи через контурные токи:

$$I_{k1} z_{11} + I_{k2} z_{12} = E$$

$$I_{k1} z_{21} + I_{k2} z_{22} = 0$$

вычислим определители системы

$$\Delta = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 + 14j & -14 + 25j \\ -14 + 25j & 24.4 + 16.2j \end{pmatrix}$$

$$\Delta = z_{11} z_{22} - z_{12} z_{21} = 33.1059e^{25.0169j} \cdot 29.2882e^{33.5816j} - 28.6531e^{119.2488j} \cdot 28.6531e^{119.2488j} = 934.2 + 15276j \times 10^3 = 1.7906 \times 10^3 e^{58.552j}$$

$$\Delta_1 = \begin{pmatrix} E & z_{12} \\ 0 & z_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14.14133 + 168.5298j & -14 + 25j \\ 0 & 24.4 + 16.2j \end{pmatrix}$$

$$\Delta_1 = E \cdot z_{22} = 220e^{50j} \cdot 29.2882e^{33.5816j} = 720.3 + 6.403j \times 10^3 = 6.4434 \times 10^3 e^{83.582j}$$

$$\Delta_2 = \begin{pmatrix} z_{11} & E \\ z_{21} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 + 14j & 14.14133 + 168.5298j \\ -14 + 25j & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Delta_2 = E \cdot z_{21} = 220e^{50j} \cdot 28.6531e^{119.2488j} = 6.193 \times 10^3 - 1.1759j \times 10^3 = 6.3037 \times 10^3 e^{-10.751j}$$

Найдем неизвестные контурные токи:

$$I_1 = I_{k1} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{6.4434 \times 10^3 e^{83.5816j}}{1.7906 \times 10^3 e^{58.5522j}} = 3.2605 + 1.5224j = 3.5984 e^{25.029j}$$

$$I_3 = I_{k2} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{6.3037 \times 10^3 e^{-10.7512j}}{1.7906 \times 10^3 e^{58.5522j}} = 1.2442 - 3.2932j = 3.5204 e^{-69.303j}$$

Ток  $I_2$  найдем по первому закону Кирхгофа.

$$I_2 = I_1 - I_3 = 3.2605 + 1.5224j - (1.2442 - 3.2932j) = 2.0163 + 4.8157j = 5.2207 e^{67.281j}$$

Токи в параллельных ветвях определим по правилу "чужого сопротивления"

$$I_4 = \frac{I_3 \cdot z_5}{z_4 + z_5} = \frac{3.5204 e^{-69.3034j} \cdot 11.6619 e^{-30.9638j}}{12 + 20j + 10 - 6j} = -1.0685 - 1.1563j = 1.5744 e^{-132.74j}$$

$$I_5 = \frac{I_3 \cdot z_4}{z_4 + z_5} = \frac{3.5204 e^{-69.3034j} \cdot 23.3238 e^{59.0362j}}{12 + 20j + 10 - 6j} = 2.3126 - 2.1369j = 3.1487 e^{-42.738j}$$

Действующие значения напряжений на каждом элементе

$$U_{R1} = I_1 R_1 = 3.5984 e^{25.0293j} \cdot 16 = 52.168 + 24.359j = 57.575 e^{25.029j}$$

$$U_{R2} = I_2 R_2 = 5.2207 e^{67.2807j} \cdot 14 = 28.229 + 67.419j = 73.09 e^{67.281j}$$

$$U_{R3} = I_4 R_3 = 1.5744 e^{-132.7384j} \cdot 12 = -12.821 - 13.876j = 18.892 e^{-132.74j}$$

$$U_{R4} = I_5 R_4 = 3.1487 e^{-42.7384j} \cdot 10 = 23.126 - 21.369j = 31.487 e^{-42.738j}$$

$$U_{L1} = I_1 j x_{L1} + I_3 j x_m = 3.5984 e^{25.0293j} j \times 37 + 3.5204 e^{-69.3034j} j \times 15 = -6.9318 + 139.3j$$

$$U_{L2} = I_3 j x_{L2} + I_1 j x_m = 3.5204 e^{-69.3034j} j \times 27 + 3.5984 e^{25.0293j} j \times 15 = 66.08 + 82.501j$$

$$U_{L3} = I_4 j x_{L3} = 1.5744 e^{-132.7384j} j \times 20 = 23.126 - 21.369j = 31.487 e^{-42.738j}$$

$$U_{C1} = I_1 \cdot -j x_{C3} = 3.5984 e^{25.0293j} \cdot -j \times 6 = 19.792 - 42.387j = 46.78 e^{-64.971j}$$

$$U_{C2} = I_2 \cdot -j x_{C2} = 5.2207 e^{67.2807j} \cdot -j \times 10 = 48.157 - 20.163j = 52.207 e^{-22.719j}$$

$$U_{C3} = I_5 \cdot -j x_{C3} = 3.1487 e^{-42.7384j} \cdot -j \times 6 = -12.821 - 13.876j = 18.892 e^{-132.74j}$$

Вольтметр, включенный между точками n:d, покажет модуль комплекса напряжения что определяется по рассчитанным токам и заданными параметрами.

Правильность расчетов проверяется за двумя независимыми путями.

напряжение на зажимах вольтметра рассчитаем по двум путям:

$$U_{nd} = U_{L2} + U_{R3} - U_{C2} = 66.0803 + 82.5006j + (-12.8214 - 13.8758j) - (48.1565 - 20.1634j) = 5.1024 + 88.7881j = 88.9346 e^{86.711j}$$

$$U_{nd} = U_{R2} - U_{L3} = 28.2287 + 67.4191j - (23.1263 - 21.369j) = 5.1024 + 88.7881j = 88.9346 e^{86.711j}$$

Показания вольтметра равно действующему напряжению на его зажимах:

$$V = |U_{nd}| = 88.9346(\text{В})$$

## б) Баланс мощностей:

Полная мощность генератора:

\*

$$S = E I_1 = 220e^{50j} 3.5984e^{-25.0293j} = 717.66 + 334.2j \text{ (ВА)}$$

4.3.2 мощность взаимной индукции:

$$S_{m1} = I_3 j x_m I_1 = 3.5204e^{-69.3034j} \times 15.35984e^{-25.0293j} = 189.48 - 14.356j \text{ (ВА)}$$

$$S_{m2} = I_1 j x_m I_3 = 3.5984e^{25.0293j} \times 15.35204e^{69.3034j} = 189.48 - 14.356j \text{ (ВА)}$$

Потребляемая активная мощность:

$$P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_4^2 R_3 + I_5^2 R_4 = 3.5984^2 \times 16 + 5.2207^2 \times 14 + 15.744^2 \times 12 + 3.1487^2 \times 10 = 717.6557 \text{ Вт}$$

Реактивная мощность цепи:

$$Q = I_1^2(x_{L1} - x_{c1}) + I_2^2(-x_{c2}) + I_3^2 x_{L2} + I_4^2 x_{L3} + I_5^2(-x_{c3}) + 2Q_m = \\ = 3.598^2(37 - 13) + 5.221^2 \times -10 + 3.52^2 \times 27 + 15.74^2 \times 20 + 3.149^2 \times -6 + 2 \times -14.356 = 334.201 \text{ ВАР}$$

Погрешность расчета:

$$\eta_P = \left| \frac{S_P - P}{S_P} \right| 100\% = \left| \frac{717.66 - 717.6557}{717.66} \right| 100\% = 5.9304 \times 10^{-4} \%$$

$$\eta_Q = \left| \frac{S_Q - Q}{S_Q} \right| 100\% = \left| \frac{334.2 - 334.2014}{334.2} \right| 100\% = 4.0821 \times 10^{-4} \%$$

**При определении мощностей было получено:**

$$\text{активная мощность взаимной индукции катушки } L_1 \quad P_{m1} = \text{Re}(S_{m1}) = 189.4765 \text{ (Вт)}$$

$$\text{активная мощность взаимной индукции катушки } L_2 \quad P_{m2} = \text{Re}(S_{m2}) = -189.4765 \text{ (Вт)}$$

Принимая во внимание, что  $P_{m1} > 0$ , а  $P_{m2} < 0$ , приходим к заключению, что магнитным потоком энергия передается из первой катушки во вторую

**в) построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений:**

**Определим потенциалы всех точек, пусть  $\phi_h = 0$ :**

$$\phi_g = \phi_h + U_{c1} = 0 + 19.7917 - 4.23867j = 19.7917 - 4.23867j = 46.7797e^{-64.9707j}$$

$$\phi_f = \phi_g + U_{R1} = 19.7917 - 4.23867j + 52.1682 + 24.359j = 71.9599 - 18.0277j = 74.1837e^{-14.0645j}$$

$$\phi_n = \phi_f + U_{R2} = 71.9599 - 18.0277j + 28.2287 + 67.4191j = 100.1886 + 49.3914j = 111.7017e^{26.2426j}$$

$$\phi_e = \phi_f + U_{R4} = 71.9599 - 18.0277j + 23.1263 - 21.369j = 95.0862 - 39.3968j = 102.9247e^{-22.5055j}$$

$$\phi_d = \phi_f + U_{L3} = 71.9599 - 18.0277j + 23.1263 - 21.369j = 95.0862 - 39.3968j = 102.9247e^{-22.5055j}$$

$$\phi_c = \phi_d + U_{R3} = 95.0862 - 39.3968j + -12.8214 - 13.8758j = 82.2648 - 53.2725j = 98.0074e^{-32.926j}$$

$$\phi_b = \phi_c + U_{L2} = 82.2648 - 53.2725j + 66.0803 + 82.5006j = 148.3451 + 29.228j = 151.1971e^{11.1461j}$$

$$\phi_a = \phi_b + U_{L1} = 148.3451 + 29.228j + -6.9318 + 139.3017j = 141.4133 + 168.5298j = 220e^{50j}$$

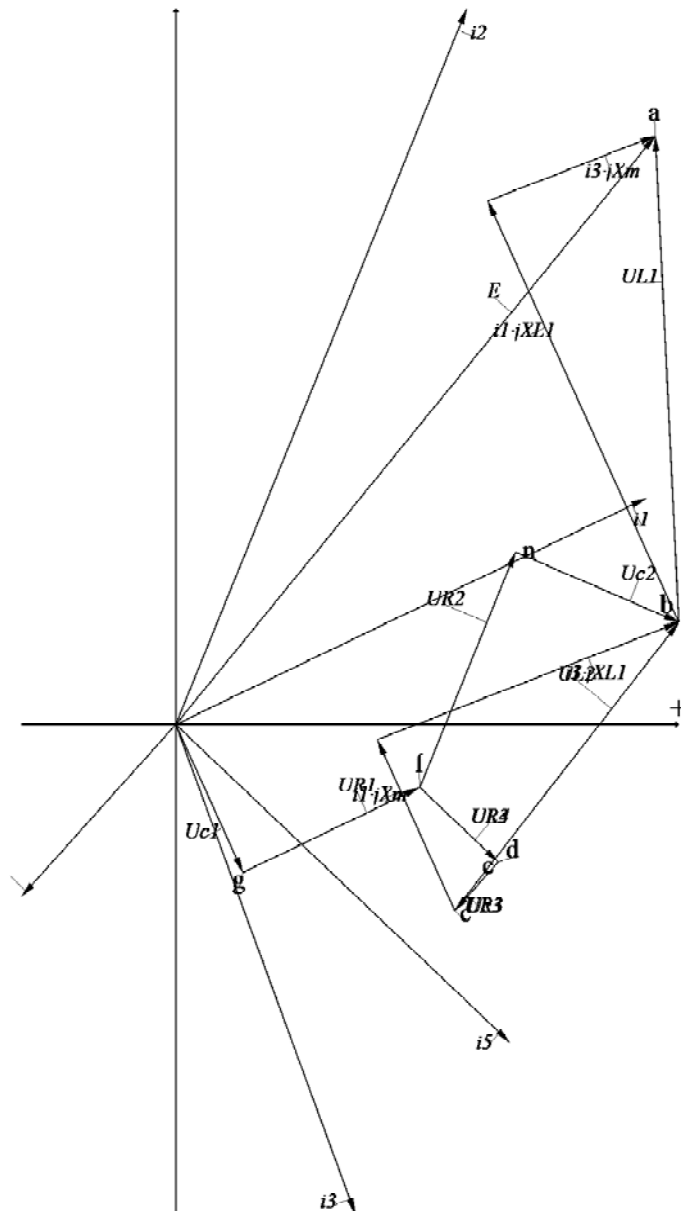
масштаб по току и напряжению

$$m_i = 0.48, A/cm$$

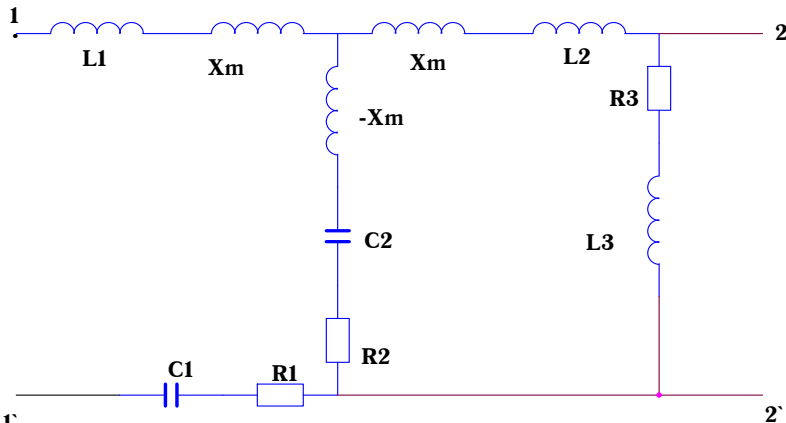
$$m_u = 20., V/cm$$

Совмещенная векторная диаграмма токов и топографическая диаграмма напряжений

(с учетом магнитной связи)

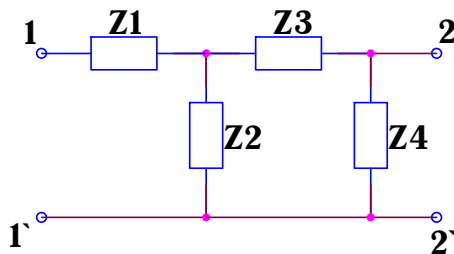


III. Отбросив крайнюю ветку между полюсами 2, 2' устранить магнитную связь. Полученную схему рассматривать как четырехполюсник и полюсами 1,1' и 2, 2':  
а) рассчитать коэффициенты четырехполюсника (в форме А);



Используя эквивалентные преобразования пассивных участков электрической схемы, определяем сопротивления х.х. и к.з.

эквивалентное сопротивление последовательно соединенных сопротивлений



$$z_1 = R_1 + j(x_{L1} + x_m - x_{c1}) = 16 + 39j = 42.1545e^{67.6938j}$$

$$z_2 = R_2 - j(x_m + x_{c2}) = 14 - 25j = 28.6531e^{-60.7512j}$$

$$z_3 = j(x_{L2} + x_m) = j(27 + 15) = 42j = 42e^{90j}$$

$$z_4 = R_3 + j x_{L3} = 12 + 20j = 23.3238e^{59.0362j}$$

Используя эквивалентные преобразования пассивных участков электрической схемы, определяем сопротивления х.х. и к.з.

сопротивление холостого хода относительно зажимов 1-1'

$$z_{10} = z_1 + \frac{(z_3 + z_4)z_2}{z_3 + z_4 + z_2} = 16 + 39j + \frac{(14 - 25j)(42j + 12 + 20j)}{42j + 12 + 20j + 14 - 25j} = 48.119 + 15.138j = 50.44e^{17.46j}$$

сопротивление холостого хода относительно зажимов 2-2'

$$z_{20} = \frac{(z_3 + z_2)z_4}{z_3 + z_4 + z_2} = \frac{(12 + 20j)(42j + 14 - 25j)}{42j + 12 + 20j + 14 - 25j} = 6.5702 + 9.2655j = 11.3586e^{54.6596j}$$

сопротивление короткого замыкания относительно зажимов 2-2'

$$z_{2k} = \frac{\left(\frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2} + z_3\right) z_4}{\frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2} + z_3 + z_4} = \frac{(12 + 20j) \left[ \frac{(14 - 25j)(16 + 39j)}{16 + 39j + 14 - 25j} + 42j \right]}{\frac{(14 - 25j)(16 + 39j)}{16 + 39j + 14 - 25j} + 42j + 12 + 20j} = 9.39 + 12.55j = 15.674e^{53.181j}$$

Коэффициенты четырехполюсника

$$A = \sqrt{\frac{z_{10}}{z_{20} - z_{2k}}} = \sqrt{\frac{48.1193 + 15.1379j}{6.5702 + 9.2655j - (9.3935 + 12.5478j)}} = 0.9362 + 3.2825j = 3.4134e^{74.0822j}$$

$$B = A \cdot z_{2k} = 3.4134e^{74.0822j} \cdot 15.6743e^{53.1808j} = -32.395 + 42.581j = 53.503e^{127.26j}$$

$$C = \frac{A}{z_{10}} = \frac{3.4134e^{74.0822j}}{50.4443e^{17.4631j}} = 0.0372 + 0.0565j = 0.0677e^{56.619j}$$

$$D = C \cdot z_{20} = 0.0677e^{56.619j} \cdot 11.3586e^{54.6596j} = -0.2789 + 0.7162j = 0.7686e^{111.28j}$$

**в) Параметры сосредоточенной П-образной схемы замещения линии:**

$$Z_{\Pi} = B = -32.3946 + 42.581j = 53.5028e^{127.263j}$$

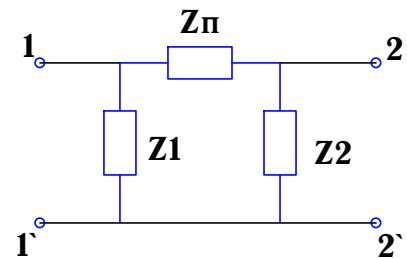
$$Z_1 = \frac{B}{D - 1} = \frac{-32.3946 + 42.581j}{-0.2789 + 0.7162j - 1} = 33.4762 - 14.5476j = 36.5005e^{-23.4881j}$$

$$Z_2 = \frac{B}{A - 1} = \frac{-32.3946 + 42.581j}{0.9362 + 3.2825j - 1} = 13.159 + 9.6129j = 16.2962e^{36.1487j}$$

$$R_{\Pi} = \operatorname{Re}(Z_{\Pi}) = -32.3946 \text{ Ом}$$

$$R_1 = \operatorname{Re}(Z_1) = 33.4762 \text{ Ом}$$

$$R_2 = \operatorname{Re}(Z_2) = 13.159 \text{ Ом}$$



$$X_{\Pi} = \operatorname{Im}(Z_{\Pi}) = 42.581 \text{ Ом} \Rightarrow L_{\Pi} = \frac{X_{\Pi}}{\omega} = \frac{42.581}{314.159} = 135.54 \text{ (мГн)}$$

$$X_1 = \operatorname{Im}(Z_1) = -14.5476 \text{ Ом} \Rightarrow C_1 = \frac{-1}{\omega X_1} = \frac{-1}{314.159 \times -14.548} = 218.805 \text{ (мкФ)}$$

$$X_2 = \operatorname{Im}(Z_2) = 9.6129 \text{ Ом} \Rightarrow L_2 = \frac{X_2}{\omega} = \frac{9.613}{314.159} = 30.599 \text{ (мГн)}$$

б) найти ЭДС  $E$  и ток  $I_1$  на входе четырехполюсника при которых на выходе  $U_2 = 100$  (В),  $I_2=1$ (А), а угол сдвига фаз между синусоидами напряжения и тока  $\phi_2=30^\circ$ . Сделать проверку, нагрузив 4-полюсник на соответствующее сопротивление.

$$E = A \cdot U_2 + B \cdot I_2 = 3.41e^{74.08j} 100 + 53.5e^{127.26j} 1e^{-30j} = 86.851 + 381.325j = 391.09e^{77.17j}$$

$$I_1 = C \cdot U_2 + D \cdot I_2 = 0.068e^{56.619j} 100 + 0.769e^{111.279j} 1e^{-30j} = 3.84 + 6.41j = 7.47e^{59.08j}$$

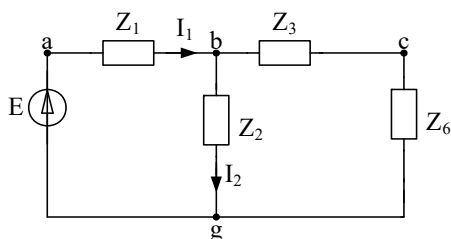
ПРОВЕРКА:

сопротивление нагрузки соответствующее заданным значениям напряжения и тока на выходе четырехполюсника

$$Z_H = \frac{U_2}{I_2} = \frac{100}{1e^{-30j}} = 86.603 + 50j = 100e^{30j}$$

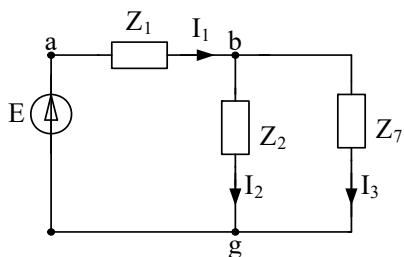
Определение эквивалентного сопротивления:

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями  $Z_4$  и  $Z_H$



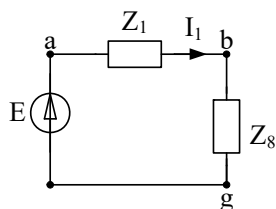
$$Z_6 = \frac{Z_4 \cdot Z_H}{Z_4 + Z_H} = \frac{23.3238e^{59.0362j} 100e^{30j}}{12 + 20j + 86.6025 + 50j} = 11.428 + 15.538j = 19.2881e^{53.6645j}$$

эквивалентное сопротивление последовательно соединенных сопротивлений  $Z_3$  и  $Z_6$



$$Z_7 = Z_3 + Z_6 = 42j + 11.4284 + 15.5377j = 11.4284 + 57.5377j = 58.6617e^{78.7658j}$$

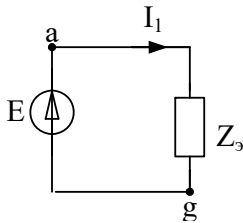
эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями  $Z_2$  и  $Z_7$



$$Z_8 = \frac{Z_7 \cdot Z_2}{Z_7 + Z_2} = \frac{58.6617e^{78.7658j} 28.6531e^{-60.7512j}}{11.4284 + 57.5377j + 14 - 25j} = 33.753 - 22.747j = 40.7029e^{-33.9775j}$$



Эквивалентное сопротивление цепи относительно зажимов источника ЭДС E



$$Z_3 = z_1 + z_8 = 16 + 39j + 33.7531 - 22.7475j = 49.7531 + 16.2525j = 52.3404e^{18.0903j}$$

По закону Ома определяем ток на входе цепи.

$$I_1 = \frac{E}{Z_3} = \frac{391.0911e^{77.1691j}}{52.3404e^{18.0903j}} = 3.8396 + 6.4101j = 7.4721e^{59.079j}$$

Расчет действующие значений токов в параллельных ветвях:

$$I_3 = \frac{I_1 \cdot z_2}{z_2 + z_7} = \frac{7.4721e^{59.0788j} \cdot 28.6531e^{-60.7512j}}{14 + -25 \times j + 11.4284 + 57.5377j} = 3.0719 - 4.1765j = 5.1845e^{-53.665j}$$

$$I_H = \frac{I_3 \cdot z_4}{z_4 + z_H} = \frac{5.1845e^{-53.6645j} \cdot 23.3238e^{59.0362j}}{12 + 20 \times j + 86.6025 + 50j} = 0.866 - 0.5j = 1e^{-30j}$$

$$U_H = I_H \cdot z_H = 1e^{-30j} \cdot 100e^{30j} = 100$$

**г) определить вторичные параметры четырехполюсника (характеристические сопротивления  $Z_{c1}$ ,  $Z_{c2}$  и постоянную передаче  $g$ ;**

Характеристические сопротивления

$$Z_{c1} = \sqrt{\frac{AB}{CD}} = \sqrt{\frac{3.4134e^{74.0822j} \cdot 53.5028e^{127.263j}}{0.0677e^{56.6191j} \cdot 0.7686e^{111.2787j}}} = 56.7513 + 17.0518j = 59.258e^{16.724j}$$

$$Z_{c2} = \sqrt{\frac{DB}{CA}} = \sqrt{\frac{0.7686e^{111.2787j} \cdot 53.5028e^{127.263j}}{0.0677e^{56.6191j} \cdot 3.4134e^{74.0822j}}} = 7.8579 + 10.7839j = 13.343e^{53.92j}$$

Коэффициент распространения

$$\gamma = \ln(\sqrt{AD} + \sqrt{BC}) = \ln\left(\sqrt{3.4134e^{74.0822j} \cdot 0.7686e^{111.2787j}} + \sqrt{53.5028e^{127.263j} \cdot 0.0677e^{56.6191j}}\right) = 1.2591 - 1.531j$$

$$= 1.9823e^{-50.565j}$$

Коэффициент ослабления

$$\alpha = \operatorname{Re}(\gamma) = 1.2591$$

Коэффициент фазы

$$\beta = \operatorname{Im}(\gamma) = -1.531$$

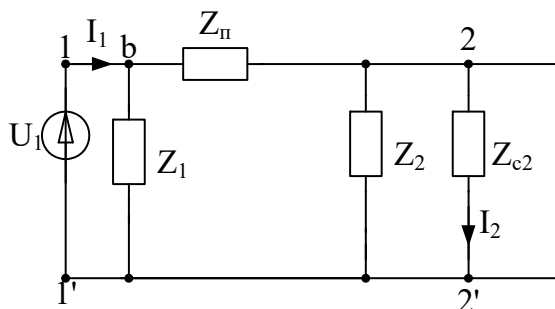
д) в согласованном режиме четырехполюсника по вторичными параметрами определить комплексы напряжения  $U_2$  и тока  $I_2$  (на выходе четырехполюсника) при заданной ЕДС на входе. Сделать проверку для схемы замещения.

Напряжение и ток на выходе при согласованном режиме

$$U_2 = U_1 \sqrt{\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}}} e^{-\gamma} = 220e^{50j} \sqrt{\frac{13.34e^{53.92j}}{59.26e^{16.72j}}} e^{-(126-153j)} = -27.14 + 11.9j = 29.64e^{156.32j}$$

$$I_2 = \frac{U_2}{Z_{c2}} = \frac{29.6375e^{156.3172j}}{13.3431e^{53.9202j}} = -0.4768 + 2.1694j = 2.2212e^{102.4j}$$

ПРОВЕРКА:



эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями  $Z_2$  и  $Z_{c2}$

$$Z_3 = \frac{Z_2 \cdot Z_{c2}}{Z_2 + Z_{c2}} = \frac{16.2962e^{36.1487j} \cdot 13.3431e^{53.9202j}}{13.159 + 9.6129j + 7.8579 + 10.7839j} = 5.1643 + 5.3341j = 7.4245e^{45.9269j}$$

напряжение на выходе цепи.

$$U_2 = \frac{U_1 \cdot Z_3}{Z_{II} + Z_3} = \frac{220e^{50j} \cdot 7.4245e^{45.9269j}}{-32.3946 + 4.2581j + 5.1643 + 5.3341j} = 27.1415 - 11.9046j = 29.6375e^{-23.6828j}$$

По закону Ома определяем ток на выходе цепи.

$$I_2 = \frac{U_2}{Z_{c2}} = \frac{29.6375e^{-23.6828j}}{13.3431e^{53.9202j}} = 0.4768 - 2.1694j = 2.2212e^{-77.603j}$$

$$U_1 = A \cdot U_2 + B \cdot I_2 = 3.41e^{74.08j} \cdot 29.64e^{-23.68j} + 53.5e^{127.26j} \cdot 2.22e^{-77.6j} = 14.141 + 168.53j = 220e^{50j}$$