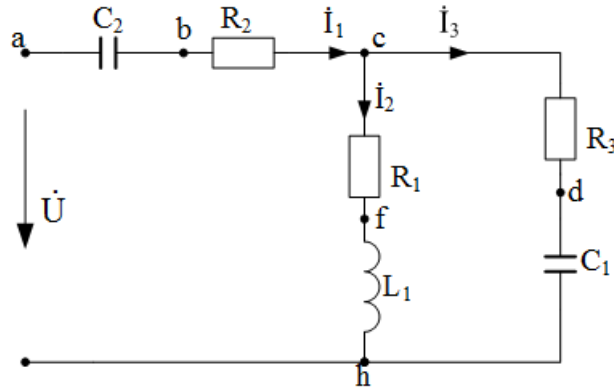


Вариант № = 22

Для заданої згідно з таблицею варіантів схеми (рис. 1.5) комплексним методом визначити: значення струмів у гілках схеми, активну та реактивну потужність на елементах кола та повну потужність, що віддається джерелом. За розрахованими значеннями побудувати векторну діаграму напруг і струмів для даного кола; визначити значення L_2 (або C_2), при якому в колі настає резонанс. Параметри елементів схеми наведені в таблиці 1.2. Напруга джерела змінюється за законом: $U(\omega t) = U_m \sin(\omega t) = U_m \sin(2\pi f t)$.

- $R_1 = 10 \text{ Ом};$
- $R_2 = 30 \text{ Ом};$
- $R_3 = 25 \text{ Ом};$
- $L_1 = 0.02 \text{ (Гн)}$
- $C_1 = 50 \text{ мкФ};$
- $C_2 = 25 \text{ мкФ};$
- $U_m = 20 \text{ В};$
- $f = 50 \text{ Гц.}$



Знаходимо кутову частоту:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 314.159 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)$$

значення реактивних опорів на частоті джерела:

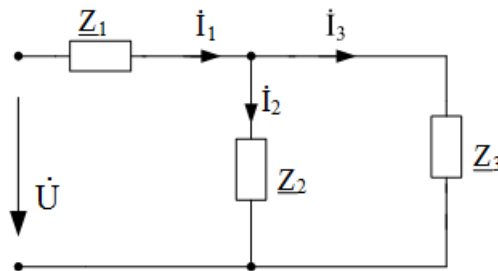
$$x_{L1} = \omega L_1 = 314.159 \times 0.02 = 6.283 \text{ (Ом)}$$

$$x_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{314.159 \cdot 5 \times 10^{-5}} = 63.662 \text{ (Ом)}$$

$$x_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{314.159 \cdot 2.5 \times 10^{-5}} = 127.324 \text{ (Ом)}$$

Для застосування символічного методу розрахунку переходим до комплексних опорів :

Комплексна еквівалентна схема кола



Згорнемо коло до одного еквівалентного опору. Паралельне з'єднання опорів Z_2, Z_3 послідовно з'єднане з опором Z_1 .

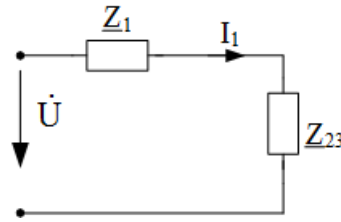
$$Z_1 = R_2 - j x_{C2} = 30 - j \times 127.324 = 30 - 127.324j \text{ Ом};$$

$$Z_2 = R_1 + j x_{L1} = 10 + 6.283j = 11.81 e^{32.142j^\circ} \text{ Ом};$$

$$Z_3 = R_3 - j x_{C1} = 25 - j \times 63.662 = 25 - 63.662j = 68.395 e^{-68.56j^\circ} \text{ Ом};$$

Паралельне з'єднання опорів

$$Z_{23} = \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} = \frac{11.81 e^{(32.142j)^\circ} 68.395 e^{-(68.56j)^\circ}}{10 + 6.283j + 25 - 63.662j} = \frac{807.749 e^{-(36.418j)^\circ}}{67.211 e^{-(58.618j)^\circ}} = 12.018 e^{22.199j^\circ} = 11.127 + 4.541j \text{ Ом}$$



Еквівалентний вхідний опір:

$$Z_9 = Z_1 + Z_{23} = 30 - 127.324j + 11.127 + 4.541j = 41.127 - 122.783j = 129.488 e^{-71.481j^\circ} \text{ Ом};$$

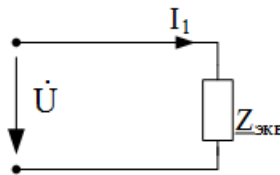


Схема заміщення, еквівалентна всьому ланцюгу

Далі, слідуючи в зворотному порядку по етапах еквівалентних перетворень, визначаються необхідні струми і напруги за законом Ома в комплексному вигляді.

При цьому комплексне напруга мережі

$$\dot{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\phi_u} = 14.142 \text{ В},$$

де U_m - максимальне значення напруги мережі, величина якого задана ($U_m = 20 \text{ В}$);

$\phi_u = 0$ - початкова фаза напруги мережі.

1. Обчислимо струми у вітках і напругу на окремих ділянках кола.

Струм у нерозгалуженій частині кола дорівнює:

$$I_1 = \frac{\dot{U}}{Z_9} = \frac{14.142}{129.488 e^{-(71.481j)^\circ}} = 0.109 e^{71.481j^\circ} = 0.035 + 0.104j \text{ А.}$$

Струми в двох паралельно ввімкнених гілках знаходяться за формулами розкиду

$$I_2 = \frac{I_1 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3} = \frac{0.109 e^{(71.481j)^\circ} 68.395 e^{-(68.56j)^\circ}}{10 + 6.283j + 25 - 63.662j} = \frac{7.47 e^{(2.921j)^\circ}}{67.211 e^{-(58.618j)^\circ}} = 0.111 e^{61.539j^\circ} = 0.053 + 0.098j \text{ А}$$

$$I_3 = \frac{I_1 \cdot Z_2}{Z_2 + Z_3} = \frac{0.109 e^{(71.481j)^\circ} 11.81 e^{(32.142j)^\circ}}{10 + 6.283j + 25 - 63.662j} = \frac{1.29 e^{(103.623j)^\circ}}{67.211 e^{-(58.618j)^\circ}} = 0.019 e^{162.241j^\circ} = -0.018 + 0.006j \text{ А}$$

2. Перевіримо правильність розрахунків за балансом потужностей.

Повна потужність, що віддається джерелом розкладається на активну і реактивну складові

$$\dot{S}_{дж} = \dot{U} \cdot I_1 = 14.142 \cdot 0.109 e^{-(71.481j)^\circ} = 1.545 e^{-71.481j^\circ} = 0.491 - 1.465j \text{ ВА.}$$

$$P_{дж} = \text{Re}(\dot{S}_{дж}) = 0.491 \text{ Вт}, Q_{дж} = \text{Im}(\dot{S}_{дж}) = -1.46 \text{ ВАр}$$

Активна потужність споживача:

$$P_{cn} = I_1^2 R_2 + I_2^2 R_1 + I_3^2 R_3 = 0.109^2 \times 30 + 0.111^2 \times 10 + 0.019^2 \times 25 = 0.491 \text{ Вт}$$

Рективна потужність споживача:

$$Q_{cn} = I_1^2 (-x_{C2}) + I_2^2 x_{L1} + I_3^2 (-x_{C1}) = 0.109^2 \times -127.324 + 0.111^2 \times 6.2832 + 0.019^2 \times -63.662 = -1.4646 \text{ ВА}$$

Активні і реактивні потужності генератора і споживача практично однакові, баланс зійшовся – розрахунок вірний.

Похибка розрахунку:

$$\eta_P = \left| \frac{P_{дж} - P_{cn}}{P_{дж}} \right| 100\% = \left| \frac{0.491 - 0.491}{0.491} \right| 100\% = 0.088\%$$

$$\eta_Q = \left| \frac{Q_{дж} - Q_{cn}}{Q_{дж}} \right| 100\% = \left| \frac{-1.46 - -1.465}{-1.46} \right| 100\% = 0.313\%$$

визначим значення C_2 , при якому в колі настає резонанс

Умовою резонансу в розгалуженому колі змінного струму є рівність нулю уявної частини еквівалентного опору $Z_3 = 41.127 - 122.783j \text{ Ом}$.

$$x_{c2} = \text{Im}(Z_{23}) = \text{Im}(11.127 + 4.541j) = 4.541 \text{ (Ом)} \Rightarrow c_2 = \frac{1}{x_{c2} \omega} = \frac{1}{4.541 \times 314.159} = 700.998 \text{ (мкФ)}$$

3. Сумісна топографічна векторна діаграма напруг та векторна діаграма струмів.

Топографічна векторна діаграма це графічна ілюстрація системи рівнянь, складених за законами Кірхгофа, що описують досліджуване електричне коло. Щоб побудувати діаграму потрібно знати чисельні значення всіх складових рівнянь.

$$\dot{U}_{R1} = \dot{I}_2 R_1 = 0.111 e^{(61.539j)^\circ} 10 = 1.111 e^{61.539j^\circ} = 0.53 + 0.977j \text{ В};$$

$$\dot{U}_{R2} = \dot{I}_1 R_2 = 0.109 e^{(71.481j)^\circ} 30 = 3.276 e^{71.481j^\circ} = 1.041 + 3.107j \text{ В};$$

$$\dot{U}_{R3} = \dot{I}_3 R_3 = 0.019 e^{(162.241j)^\circ} 25 = 0.48 e^{162.241j^\circ} = -0.457 + 0.146j \text{ В};$$

$$\dot{U}_{C1} = \dot{I}_3 (-j x_{C1}) = 0.019 e^{(162.241j)^\circ} (-j) 63.662 = -1.222j e^{162.241j^\circ} = 0.373 + 1.164j \text{ В};$$

$$\dot{U}_{C2} = \dot{I}_1 (-j x_{C2}) = 0.109 e^{(71.481j)^\circ} (-j) 127.324 = -13.906j e^{71.481j^\circ} = 13.186 - 4.417j \text{ В};$$

$$\dot{U}_{L1} = \dot{I}_2 j x_{L1} = 0.111 e^{(61.539j)^\circ} j \times 6.283 = 0.698j e^{61.539j^\circ} = -0.614 + 0.333j \text{ В};$$

Для побудови топографічної діаграми кола визначаються комплексні потенціали точок кола відносно точки С, потенціал якої прийемо за нуль $\phi_h = 0$:

$$\phi_d = \phi_h + \dot{U}_{C1} = 0 + 0.373 + 1.164j = 0.373 + 1.164j = 1.222 e^{72.241j^\circ} \text{ В};$$

$$\phi_c = \phi_d + \dot{U}_{R3} = 0.373 + 1.164j + -0.457 + 0.146j = -0.084 + 1.31j = 1.313 e^{93.681j^\circ} \text{ В};$$

$$\phi_b = \phi_c + \dot{U}_{R2} = -0.084 + 1.31j + 1.041 + 3.107j = 0.956 + 4.417j = 1.222 e^{72.241j^\circ} \text{ В};$$

$$\phi_a = \phi_b + \dot{U}_{C2} = 0.956 + 4.417j + 13.186 - 4.417j = 14.142 \text{ В};$$

$$\phi_f = \phi_h + \dot{U}_{L1} = 0 + -0.614 + 0.333j = -0.614 + 0.333j = 0.698 e^{151.539j^\circ} \text{ В};$$

так як потенціал точки а вийшов рівним комплексу Напруг прикладена до кола. значить розрахунок виконано вірно

масштаб для струмів $m_I = 0.02 \text{ А/см};$

масштаб для напруг $m_u = 2 \text{ В/см}.$

Сумісна топографічна векторна діаграма напруг та векторна діаграма струмів

