

$R_1 = 6$	Ом
$R_2 = 12$	Ом
$R_3 = 20$	Ом
$L_1 = 19.11 \cdot 10^{-3}$	Гн
$L_2 = 9.555 \cdot 10^{-3}$	Гн
$L_3 = 63.7 \cdot 10^{-3}$	Гн
$C_1 = 1061 \cdot 10^{-6}$	Ф
$C_2 = 227.5 \cdot 10^{-6}$	Ф
$C_3 = 227.5 \cdot 10^{-6}$	Ф
$f = 50$	Гц
$I_3 = 10$	А
$\varphi = -60\text{deg}$	

Решение

Реактивные сопротивления цепи

$$X_{L1} = j \cdot 2\pi \cdot f \cdot L_1 = j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 19.11 \cdot 10^{-3} = 6.004j \quad \text{Ом}$$

$$X_{L2} = j \cdot 2\pi \cdot f \cdot L_2 = j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 9.555 \cdot 10^{-3} = 3.002j \quad \text{Ом}$$

$$X_{L3} = j \cdot 2\pi \cdot f \cdot L_3 = j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 63.7 \cdot 10^{-3} = 20.012j \quad \text{Ом}$$

$$X_{C1} = \frac{1}{j \cdot 2\pi \cdot f \cdot C_1} = \frac{1}{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 1.061 \times 10^3 \cdot 10^{-6}} = -3j \quad \text{Ом}$$

$$X_{C2} = \frac{1}{j \cdot 2\pi \cdot f \cdot C_2} = \frac{1}{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 227.5 \cdot 10^{-6}} = -13.992j \quad \text{Ом}$$

$$X_{C3} = \frac{1}{j \cdot 2\pi \cdot f \cdot C_3} = \frac{1}{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 227.5 \cdot 10^{-6}} = -13.992j \quad \text{Ом}$$

Полные сопротивления ветвей цепи

$$Z_1 = R_1 + X_{L1} + X_{C1} = 6 + 6.004j + -3j = 6 + 3.003j \quad \text{Ом}$$

$$Z_2 = R_2 + X_{L2} + X_{C2} = 12 + 3.002j + -13.992j = 12 - 10.99j \quad \text{Ом}$$

$$Z_3 = R_3 + \frac{X_{L3} \cdot X_{C3}}{X_{L3} + X_{C3}} = 20 + \frac{20.012j \cdot -13.992j}{20.012j + -13.992j} = 20 - 46.509j \quad \text{Ом}$$

Ток третьей ветви

$$I_3 = I_3 \cdot e^{j \cdot \varphi} = 5 - 8.66j \quad \text{А}$$

Напряжение на параллельном участке цепи

$$U_{23} = I_3 \cdot Z_3 = (20 - 46.509j) \cdot (5 - 8.66j) = -302.782 - 405.752j \quad \text{В}$$

$$|U_{23}| = 506.272 \quad \text{В} \quad \angle(U_{23}) = -126.731$$

Остальные токи цепи

$$I_2 = \frac{U_{23}}{Z_2} = \frac{-302.782 - 405.752j}{12 - 10.99j} = 3.119 - 30.956j \quad \text{A} \quad |I_2| = 31.113 \quad \text{A} \quad \angle(I_2) = -84.247$$

$$I_1 = I_2 + I_3 = 3.119 - 30.956j + 5 - 8.66j = 8.119 - 39.617j \quad \text{A} \quad |I_1| = 40.44 \quad \text{A} \quad \angle(I_1) = -78.419$$

Напряжение последовательного участка цепи

$$U_1 = I_1 \cdot Z_1 = (6 + 3.003j) \cdot (8.119 - 39.617j) = 167.701 - 213.316j \quad \text{B}$$

$$|U_1| = 271.343 \quad \text{B} \quad \angle(U_1) = -51.827$$

Входное напряжение цепи

$$U = U_1 + U_{23} = 167.701 - 213.316j + -302.782 - 405.752j = -135.082 - 619.067j \quad \text{B}$$

$$|U| = 633.634 \quad \text{B} \quad \angle(U) = -102.309$$

Напряжения на элементах цепи

$$U_{R1} = I_1 \cdot R_1 = (8.119 - 39.617j) \cdot 6 = 48.712 - 237.7j \quad \text{B} \quad |U_{R1}| = 242.64 \quad \text{B} \quad \angle(U_{R1}) = -78.419$$

$$U_{R2} = I_2 \cdot R_2 = (3.119 - 30.956j) \cdot 12 = 37.424 - 371.477j \quad \text{B} \quad |U_{R2}| = 373.358 \quad \text{B} \quad \angle(U_{R2}) = -84.247$$

$$U_{R3} = I_3 \cdot R_3 = (5 - 8.66j) \cdot 20 = 100 - 173.205j \quad \text{B} \quad |U_{R3}| = 200 \quad \text{B} \quad \angle(U_{R3}) = -60$$

$$U_{L1} = I_1 \cdot X_{L1} = (8.119 - 39.617j) \cdot 6.004j = 237.842 + 48.741j \quad \text{B} \quad |U_{L1}| = 242.785 \quad \text{B} \quad \angle(U_{L1}) = 11.581$$

$$U_{L2} = I_2 \cdot X_{L2} = (3.119 - 30.956j) \cdot 3.002j = 92.925 + 9.362j \quad \text{B} \quad |U_{L2}| = 93.395 \quad \text{B} \quad \angle(U_{L2}) = 5.753$$

$$U_{C1} = I_1 \cdot X_{C1} = (8.119 - 39.617j) \cdot -3j = -118.854 - 24.357j \quad \text{B} \quad |U_{C1}| = 121.324 \quad \text{B} \quad \angle(U_{C1}) = -168.419$$

$$U_{C2} = I_2 \cdot X_{C2} = (3.119 - 30.956j) \cdot -13.992j = -433.132 - 43.636j \quad \text{B} \quad |U_{C2}| = 435.324 \quad \text{B} \quad \angle(U_{C2}) = -174.247$$

$$U_{LC3} = I_3 \cdot \frac{X_{L3} \cdot X_{C3}}{X_{L3} + X_{C3}} = (5 - 8.66j) \cdot \frac{20.012j \cdot -13.992j}{20.012j + -13.992j} = -402.782 - 232.546j \quad \text{B}$$

$$|U_{LC3}| = 465.093 \quad \text{B} \quad \angle(U_{LC3}) = -150$$

Проверка по первому закону Кирхгоффа

$$I_1 - I_2 - I_3 = 8.119 - 39.617j - (3.119 - 30.956j) - (5 - 8.66j) = 0$$

Проверка по второму закону Кирхгоффа

$$U - U_{L1} - U_{R1} - U_{C1} = -135.082 - 619.067j - (237.842 + 48.741j) - (48.712 - 237.7j) - (-118.854 - 24.357j) = -302.782 - 405.752j$$

$$U_{R2} + U_{L2} + U_{C2} = 37.424 - 371.477j + 92.925 + 9.362j + -433.132 - 43.636j = -302.782 - 405.752j \quad \text{B}$$

$$U_{R3} + U_{LC3} = 100 - 173.205j + -402.782 - 232.546j = -302.782 - 405.752j \quad \text{B}$$

$$U_{23} = -302.782 - 405.752j \quad \text{B}$$

Законы Кирхгоффа выполняются

Составим баланс мощностей

Полная мощность источника

$$S_{\text{и}} = I_1^* \cdot U = (-135.082 - 619.067j) \cdot (8.119 + 39.617j) = 2.343 \times 10^4 - 1.038j \times 10^4 \quad \text{ВА}$$

Активная мощность нагрузки

$$P_H = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 = 40.44^2 \cdot 6 + 31.113^2 \cdot 12 + 10^2 \cdot 20 = 2.343 \times 10^4 \quad \text{Вт}$$

Реактивная мощность нагрузки

$$Q_H = I_1^2 \cdot (X_{L1} + X_{C1}) + I_2^2 \cdot (X_{L2} + X_{C2}) + I_3^2 \cdot \frac{X_{L3} \cdot X_{C3}}{X_{L3} + X_{C3}}$$

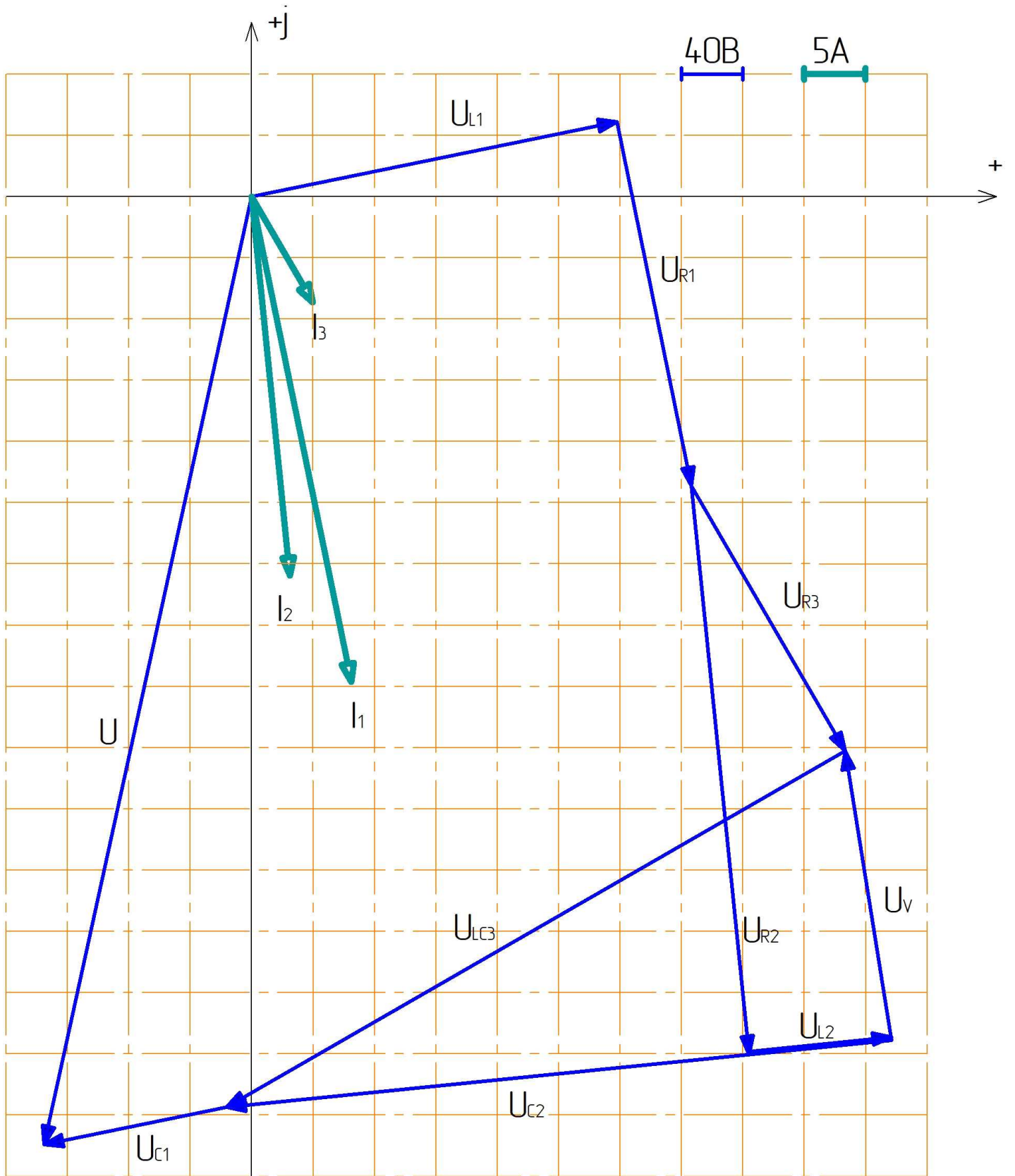
$$Q_H = 40.44^2 \cdot (6.004j + -3j) + 31.113^2 \cdot (3.002j + -13.992j) + 10^2 \cdot \frac{20.012j \cdot -13.992j}{20.012j + -13.992j} = -1.038j \times 10^4 \quad \text{вар}$$

Как видим

$$S_H = P_H + Q_H = 2.343 \times 10^4 - 1.038j \times 10^4 \quad \text{ВА}$$

Баланс выполняется

Построим топографическую диаграмму напряжений, совмещенную с векторной диаграммой токов



Мгновенные значения токов

$$i_1(t) = |I_1| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \arg(I_1)) = 40.44 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(314.159 \cdot t - 1.369) \quad \text{A}$$

$$i_2(t) = |I_2| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \arg(I_2)) = 31.113 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(314.159 \cdot t - 1.47) \quad \text{A}$$

$$i_3(t) = |I_3| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \arg(I_3)) = 10 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(314.159 \cdot t - 1.047) \quad \text{A}$$

Мгновенные значения напряжений

$$u(t) = |U| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \arg(U)) = 633.634 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(314.159 \cdot t - 1.786) \quad \text{A}$$

$$u_{23}(t) = |U_{23}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \arg(U_{23})) = 506.272 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(314.159 \cdot t - 2. \text{ A2})$$

Показание вольтметра

Расчетным путем

$$U_V = U_{C2} - U_{LC3} = -433.132 - 43.636j - (-402.782 - 232.546j) = -30.349 + 188.911j \quad \text{B}$$

$$pV = |U_V| = 191.333 \quad \text{B}$$

По топографической диаграмме

$$pV = 47.8 \cdot 4 = 191.2 \quad \text{B}$$

Показание ваттметра

$$U_W = -U_{23} = 302.782 + 405.752j \quad \text{B}$$

$$I_W = -I_2 = -3.119 + 30.956j \quad \text{A}$$

$$S_W = I_W^* \cdot U_W = (302.782 + 405.752j) \cdot (-3.119 - 30.956j) = 1.162 \times 10^4 - 1.064j \times 10^4 \quad \text{BA}$$

$$pW = \text{Re}(S_W) = 1.162 \times 10^4 \quad \text{Вт}$$