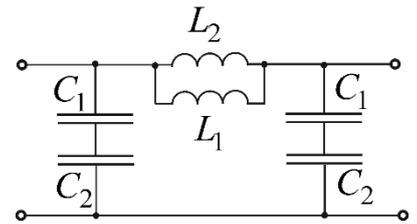


5. АНАЛИЗ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ И РЕАКТИВНЫХ ФИЛЬТРОВ

Дано:

- 1) схема одного звена симметричного реактивного фильтра (табл. 5.1) в соответствии с индивидуальным вариантом;
- 2) параметры элементов в табл. 5.2 по групповому варианту.



Группа	C_1 , мкФ	C_2 , мкФ	L_1 , мГн	L_2 , мГн
2	5	1	40	20

Требуется:

- 1) А-параметры заданного четырехполюсника – электрического фильтра;
- 2) найти характеристическое сопротивление фильтра Z_c ;
- 3) найти полосы пропускания $\Delta\omega_p$ и задерживания $\Delta\omega_z$ фильтра в согласованном режиме;
- 4) определить тип фильтра;
- 5) построить графики амплитудно-частотных характеристик коэффициента передачи напряжения $K(\omega)$ и коэффициента затухания $\alpha(\omega)$ для заданного звена фильтра в согласованном режиме;
- 6) записать формулу для коэффициента (меры) передачи и коэффициента затухания согласованного фильтра, состоящего из n звеньев.

Заменяем последовательно включенные емкости и параллельно включенные индуктивности эквивалентными

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-6} + 1 \cdot 10^{-6}} = 8.333 \cdot 10^{-7} \text{ Ф};$$

$$L = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} = \frac{40 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{40 \cdot 10^{-3} + 20 \cdot 10^{-3}} = 0.013 \text{ Гн}.$$

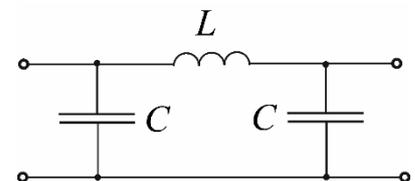


Схема фильтра принимает вид

1. Определение А-параметров заданной цепи

Для четырехполюсника связь между $\dot{I}_1, \dot{U}_1, \dot{I}_2, \dot{U}_2$ в А-параметрах устанавливается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2 \end{cases}$$

Найдем А-параметры четырехполюсника. А-параметры удобно находить в режимах холостого хода и короткого замыкания.

Введем обозначения $\dot{Z}_1 = \frac{1}{j\omega C}$; $\dot{Z}_2 = j\omega L$.

$$A = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}_2=0} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_1 \frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}} = \frac{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1} = 1 + \frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1} = 1 + \frac{j\omega L}{1/j\omega C} = 1 - \omega^2 CL = 1 - 1.111 \cdot 10^{-8} \omega^2$$

$$B = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{U}_2=0} = \frac{\dot{Z}_2 \dot{I}_2}{\dot{I}_2} = \dot{Z}_2 = j\omega L = j0.013\omega;$$

$$C = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}_2=0} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{Z}_1 \cdot \dot{I}_1 \cdot \dot{Z}_1 / (2\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2)} = \frac{2\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1^2} = \frac{2/j\omega C + j\omega L}{(1/j\omega C)^2} =$$

$$= j\omega C (2 - \omega^2 LC) = j8.333 \cdot 10^{-7} \omega (2 - 1.111 \cdot 10^{-8} \omega^2);$$

$$D = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{U}_2=0} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_1 \cdot \dot{Z}_1 / (\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2)} = \frac{\dot{I}_1 (\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2)}{\dot{I}_1 \cdot \dot{Z}_1} = \frac{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1} = 1 + \frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1} =$$

$$= 1 - \omega^2 CL = 1 - 1.111 \cdot 10^{-8} \omega^2$$

Проверка.

Условие обратимости $AD - BC = 1$

Найдем определитель матрицы А

$$|A| = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 - \omega^2 CL & j\omega L \\ j\omega C (2 - \omega^2 LC) & 1 - \omega^2 CL \end{vmatrix} = AD - BC =$$

$$= (1 - 2\omega^2 C_1 L_1)^2 - 2 \cdot j\omega L_1 \cdot j\omega C (2 - \omega^2 LC) =$$

$$= 1 - 2\omega^2 CL + \omega^4 (CL)^2 + 2\omega^2 CL - \omega^4 (CL)^2 = 1;$$

Условие обратимости $AD - BC = 1$ выполняется.

Условие симметричности $A = D$ выполняется.

2. Характеристическое сопротивление симметричного четырехполюсника равно

$$Z_c = \sqrt{\frac{B}{C}} = \sqrt{\frac{j\omega L}{(2 - \omega^2 LC) \cdot j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{(2 - \omega^2 LC) \cdot C}} = \frac{126.491}{\sqrt{2 - 1.111 \cdot 10^{-8}}}$$

3. Определение типа фильтра

Найдем сопротивления холостого хода и короткого замыкания фильтра

$$\dot{Z}_0 = \frac{\dot{Z}_1(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2)}{2\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} = \frac{(1/j\omega C)(1/j\omega C + j\omega L)}{2/j\omega C + j\omega L} = \frac{1}{j\omega C} \frac{1 - \omega^2 LC}{(2 - \omega^2 LC)};$$

$$\dot{Z}_k = \frac{\dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} = \frac{(1/j\omega C) \cdot j\omega L}{(1/j\omega C) + j\omega L} = \frac{j\omega L}{(1 - \omega^2 LC)}.$$

Находим отношение этих сопротивлений

$$\frac{\dot{Z}_k}{\dot{Z}_0} = \frac{\frac{j\omega L}{(1 - \omega^2 LC)}}{\frac{1}{j\omega C} \cdot \frac{1 - \omega^2 LC}{(2 - \omega^2 LC)}} = \frac{j\omega L \cdot j\omega C}{(1 - \omega^2 LC)} \cdot \frac{(2 - \omega^2 LC)}{(1 - \omega^2 LC)} = -\frac{\omega^2 LC(2 - \omega^2 LC)}{(1 - \omega^2 LC)^2}.$$

В полосе прозрачности отношение $\frac{\dot{Z}_k}{\dot{Z}_0}$ должно быть меньше нуля. Это условие будет выполнено, если $(2 - \omega^2 LC) > 0 \Rightarrow \omega < 2/\sqrt{LC}$. Таким образом, это фильтр нижних частот.

4. Полосы пропускания и задерживания фильтра

При частоте $\omega_1 = \frac{2}{\sqrt{LC}} = 18.97 \cdot 10^3$ характеристическое сопротивление фильтра равно бесконечности. Это условие определяет граничную частоту фильтра.

Таким образом, полоса пропускания фильтра равна $\Delta\omega_{\text{п}} = [0, \omega_1] = [0, 18.97 \cdot 10^3]$, а полоса задерживания фильтра $\Delta\omega_{\text{з}} = [\omega_1, \infty] = [18.97 \cdot 10^3, \infty]$.

5. Построить графики амплитудно-частотных характеристик коэффициента передачи напряжения $K(\omega)$ и коэффициента затухания $\alpha(\omega)$ для заданного звена фильтра в согласованном режиме

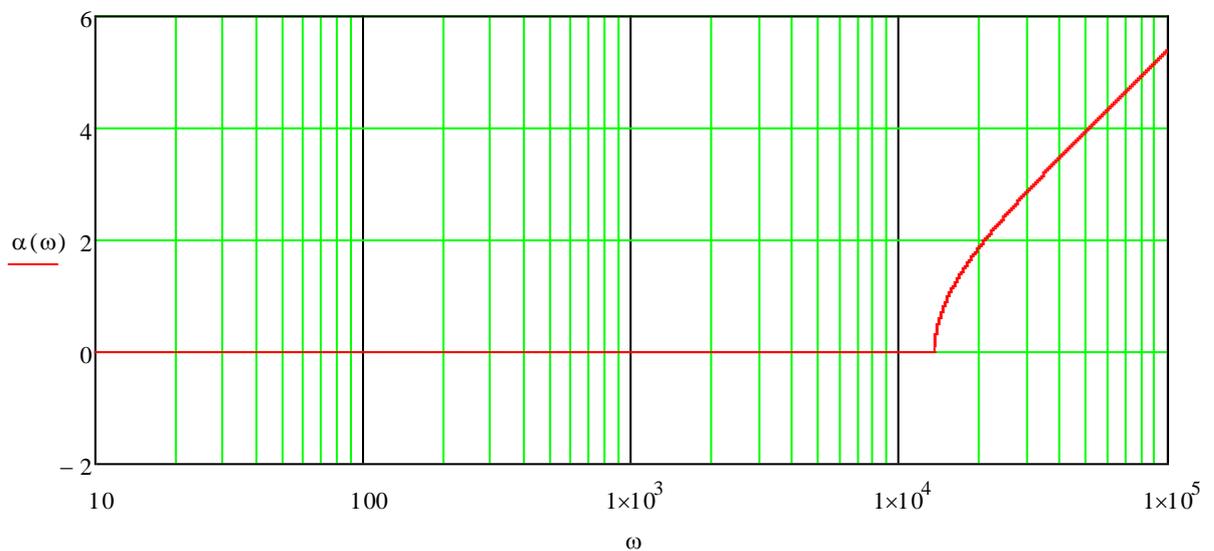
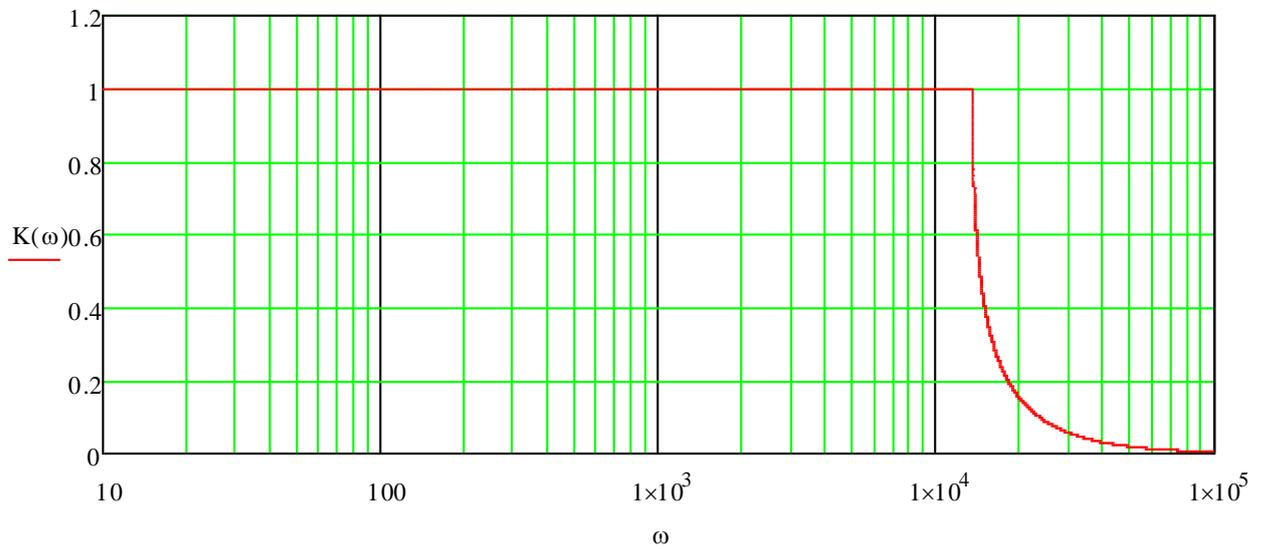
Согласованным называется режим работы четырехполюсника, при котором нагрузка равна его характеристическому сопротивлению.

Коэффициент передачи напряжения в согласованном режиме равен

$$K(\omega) = \left| \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} \right| = \frac{1}{|A + \sqrt{BC}|} = \frac{1}{\left| 1 - \omega^2 CL + j\sqrt{\omega^2 CL(2 - \omega^2 CL)} \right|}.$$

$$\text{Коэффициент затухания } \alpha(\omega) = \frac{1}{\ln(K(\omega))}.$$

$\omega =$	$K(\omega) =$	$\alpha(\omega) =$	$\omega =$	$K(\omega) =$	$\alpha(\omega) =$	$\omega =$	$K(\omega) =$	$\alpha(\omega) =$
0	1	0	100	1	0	$1 \cdot 10^4$	1	0
100	1	0	$1.1 \cdot 10^3$	1	0	$2 \cdot 10^4$	0.148	1.908
200	1	0	$2.1 \cdot 10^3$	1	0	$3 \cdot 10^4$	0.056	2.887
300	1	0	$3.1 \cdot 10^3$	1	0	$4 \cdot 10^4$	0.03	3.512
400	1	0	$4.1 \cdot 10^3$	1	0	$5 \cdot 10^4$	0.019	3.98
500	1	0	$5.1 \cdot 10^3$	1	0	$6 \cdot 10^4$	0.013	4.357
600	1	0	$6.1 \cdot 10^3$	1	0	$7 \cdot 10^4$	$9.356 \cdot 10^{-3}$	4.672
700	1	0	$7.1 \cdot 10^3$	1	0	$8 \cdot 10^4$	$7.132 \cdot 10^{-3}$	4.943
800	1	0	$8.1 \cdot 10^3$	1	0	$9 \cdot 10^4$	$5.618 \cdot 10^{-3}$	5.182
900	1	0	$9.1 \cdot 10^3$	1	0	$1 \cdot 10^5$	$4.541 \cdot 10^{-3}$	5.395
$1 \cdot 10^3$	1	0						



6. Записать формулу для коэффициента (меры) передачи и коэффициента затухания согласованного фильтра, состоящего из n звеньев.

Коэффициентом (мерой) передачи четырехполюсника называют величину, равную

$$g = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\dot{U}_1 \dot{I}_1}{\dot{U}_2 \dot{I}_2} \right).$$

Для симметричного четырехполюсника в согласованном режиме меру передачи можно выразить через А-параметры:

$$g = \ln \left(A + \sqrt{BC} \right).$$

Подставив выражения для А-параметров, находим

$$g = \ln \left(A + \sqrt{BC} \right) = \ln \left(1 - \omega^2 CL + \sqrt{j\omega L \cdot (2 - \omega^2 LC) \cdot j\omega C} \right) =$$

$$\ln \left(1 - \omega^2 CL + j\omega \sqrt{LC \cdot (2 - \omega^2 LC)} \right)$$

Коэффициент затухания $\alpha = \ln \left(\frac{U_1}{U_2} \right) = \ln \left(\frac{I_1}{I_2} \right)$ показывает во сколько раз изменилось напряжение (или ток) при прохождении через четырехполюсник в согласованном режиме.

Для фильтра, состоящего из n звеньев мера передачи и коэффициент затухания будут равны

$$g_n = g^n = \left[\ln \left(A + \sqrt{BC} \right) \right]^n = \left[\ln \left(1 - \omega^2 CL + j\omega \sqrt{LC \cdot (2 - \omega^2 LC)} \right) \right]^n ;$$

$$\alpha_n = n \cdot \alpha .$$