

Трифазні електричні кола.

Симетричний трифазний генератор із заданими фазними ЕРС, живить через трипровідну лінію електропередачі навантаження з елементами, з'єднаними “зіркою” і “трикутником” (схеми кіл розміщені після таблиці з параметрами елементів кола).

Для фази А трифазного генератора, діюче значення напруги і початкова фаза задані у таблиці №1, параметри кола - у таблиці №2.

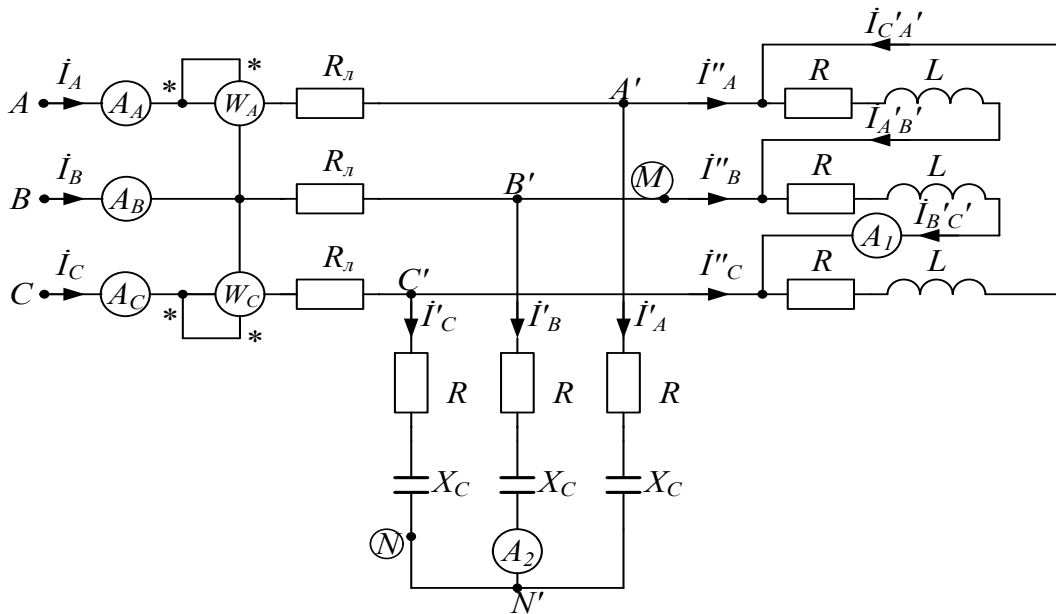


Рис. 1. Задана схема трифазного кола.

Початкові дані № = 102

$U_A(B)$	ψ_A°	$U_{A1}(B)$	ψ_{A1}°	$U_{A3}(B)$	ψ_{A3}°	$U_{A5}(B)$	ψ_{A5}°	$R_L(\text{Ом})$	$R_L(\text{Ом})$	$X_L(\text{Ом})$	$X_L(\text{Ом})$	$X_C(\text{Ом})$	обрыв в точке
110	45	110	45	70	-60	70	-90	12	5,3	80	27	93	М

1. Вважаючи навантаження симетричним, розрахувати струми у кожній вітці і напруги на всіх ділянках кола. Визначити покази вимірювальних приладів, ввімкнених у коло, перевірити правильність розрахунків за балансом потужностей.

Фазні напруги симетричного генератора у комплексному вигляді:

$$\dot{U}_A = U_A e^{j\psi_A^\circ} = 220 e^{30j^\circ} = 190.526 + 110j \text{ В},$$

$$\dot{U}_B = \dot{U}_A e^{-j120^\circ} = 220 e^{(30j)^\circ} e^{(-j)120^\circ} = 220 e^{-90j^\circ} = -220j \text{ В},$$

$$\dot{U}_C = \dot{U}_A e^{j120^\circ} = 220 e^{(30j)^\circ} e^{j120^\circ} = 220 e^{150j^\circ} = -190.526 + 110j \text{ В}.$$

Комплексні лінійні напруги симетричного генератора:

$$\dot{U}_{AB} = \sqrt{3} \cdot \dot{U}_A e^{j30^\circ} = \sqrt{3} 220 e^{(30j)^\circ} e^{j30^\circ} = 381.051 e^{60j^\circ} = 190.526 + 330j \text{ В},$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_{AB} e^{-j120^\circ} = 381.051 e^{(60j)^\circ} e^{(-j)120^\circ} = 381.051 e^{-60j^\circ} = 190.526 - 330j \text{ В},$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_{AB} e^{j120^\circ} = 381.051 e^{(60j)^\circ} e^{j120^\circ} = 381.051 e^{180j^\circ} = -381.051 \text{ В},$$

Перетворимо симетричний трикутник з опорами R, X_L на симетричну зірку з опорами R_Y, X_{LY} (Рис. 2).

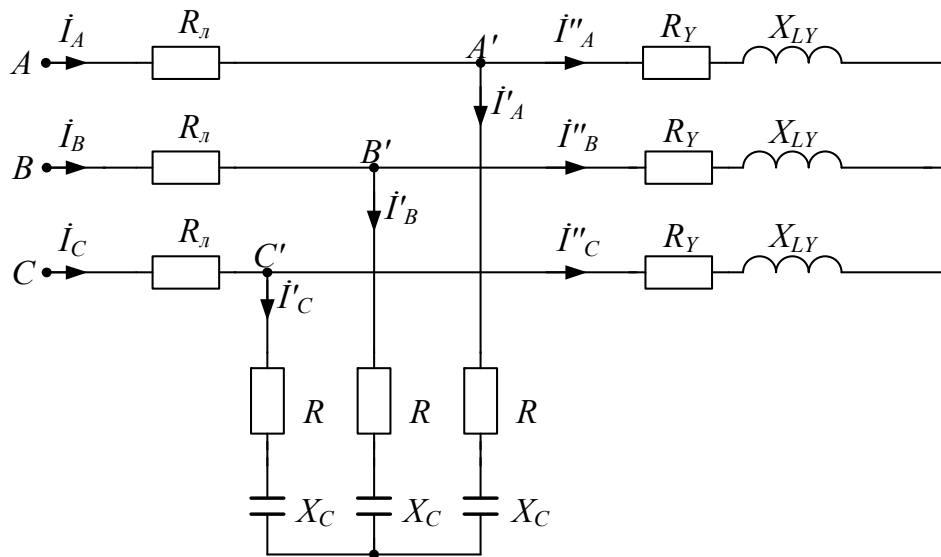


Рис. 2

$$\underline{Z}_\Delta = R + j X_L = 80 + 27j = 84.433 e^{18.65j^\circ} \text{ (Ом)}$$

$$\underline{Z}_Y = \frac{\underline{Z}_\Delta}{3} = \frac{84.433 e^{(18.65j)^\circ}}{3} = 28.144 e^{18.65j^\circ} = 26.667 + 9j \text{ (Ом)}$$

Зведемо розрахунок симетричного трифазного кола до розрахунку однієї фази А (Рис. 3). Струми і напруги в фазах В і С знаходяться з умови симетрії.

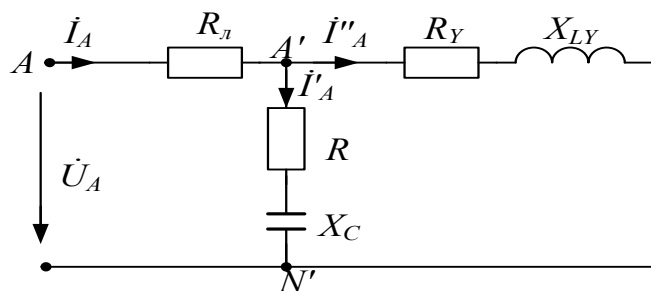


Рис. 3

еквівалентні опори гілок навантаження (Рис. 4):

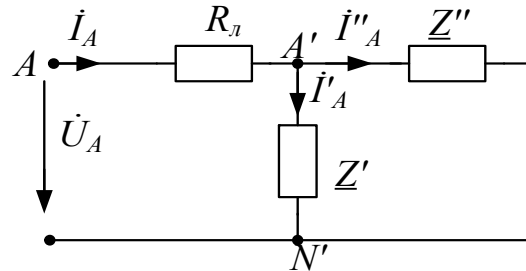


Рис. 4

$$\underline{Z}' = R - j X_C = 80 - 93j = 122.674e^{-49.297j^\circ} \text{ (Ом)}$$

$$\underline{Z}'' = \underline{Z}_Y = 26.667 + 9j = 122.674e^{-49.297j^\circ} \text{ (Ом)}$$

еквівалентні опір паралельних гілок навантаження (Рис.5):

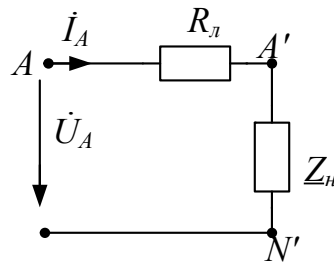


Рис. 5

$$\underline{Z}_H = \frac{\underline{Z}' \cdot \underline{Z}''}{\underline{Z}' + \underline{Z}''} = \frac{122.674e^{-(49.297j)^\circ} \cdot 28.144e^{(18.65j)^\circ}}{80 - 93j + 26.667 + 9j} = \frac{3452.605e^{-(30.648j)^\circ}}{135.771e^{-(38.22j)^\circ}} = 25.43e^{7.573j^\circ} = 25.208 + 3.351j \text{ Ом}$$

Визначимо еквівалентний опір кола (Рис.6) :

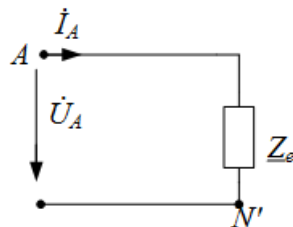


Рис.6

$$\underline{Z}_e = R_L + \underline{Z}_H = 12 + 25.208 + 3.351j = 37.208 + 3.351j = 37.358e^{5.147j^\circ} \text{ (Ом)}$$

Расчитаем струми для фази «А» (Рис.4)

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_e} = \frac{220e^{(30j)^\circ}}{37.358e^{(5.147j)^\circ}} = 5.889e^{24.853j^\circ} = 5.344 + 2.475j \text{ (A)}$$

$$\dot{I}'_A = \frac{\dot{I}_A \cdot \underline{Z}''}{\underline{Z}' + \underline{Z}''} = \frac{5.889e^{(24.853j)^\circ} \cdot 28.144e^{(18.65j)^\circ}}{80 - 93j + 26.667 + 9j} = \frac{165.74e^{(43.503j)^\circ}}{135.771e^{-(38.22j)^\circ}} = 1.221e^{81.723j^\circ} = 0.176 + 1.208j \text{ A}$$

$$\dot{I}''_A = \frac{\dot{I}_A \cdot \underline{Z}'}{\underline{Z}' + \underline{Z}''} = \frac{5.889e^{(24.853j)^\circ} \cdot 122.674e^{-(49.297j)^\circ}}{80 - 93j + 26.667 + 9j} = \frac{722.417e^{-(24.444j)^\circ}}{135.771e^{-(38.22j)^\circ}} = 5.321e^{13.777j^\circ} = 5.168 + 1.267j \text{ A}$$

Розрахуємо струми у фазах В і С з умови симетрії за допомогою фазного множника e^{j120° (виходячи з отриманих значень струмів та напруг фази «А»).

$$\dot{I}_B = \dot{I}_A e^{-j120^\circ} = 5.889 e^{(24.853j)^\circ} e^{(-j)120^\circ} = 5.889 e^{-95.147j^\circ} = -0.528 - 5.865j \text{ A};$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_A e^{j120^\circ} = 5.889 e^{(24.853j)^\circ} e^{j \times 120^\circ} = 5.889 e^{144.853j^\circ} = -4.815 + 3.39j \text{ A};$$

$$\dot{I}'_B = \dot{I}'_A e^{-j120^\circ} = 1.221 e^{(81.723j)^\circ} e^{(-j)120^\circ} = 1.221 e^{-38.277j^\circ} = 0.958 - 0.756j \text{ A};$$

$$\dot{I}'_C = \dot{I}'_A e^{j120^\circ} = 1.221 e^{(81.723j)^\circ} e^{j \times 120^\circ} = 1.221 e^{201.723j^\circ} = -1.134 - 0.452j \text{ A};$$

$$\dot{I}''_B = \dot{I}''_A e^{-j120^\circ} = 5.321 e^{(13.777j)^\circ} e^{(-j)120^\circ} = 5.321 e^{-106.223j^\circ} = -1.487 - 5.109j \text{ A};$$

$$\dot{I}''_C = \dot{I}''_A e^{j120^\circ} = 5.321 e^{(13.777j)^\circ} e^{j \times 120^\circ} = 5.321 e^{133.777j^\circ} = -3.681 + 3.842j \text{ A};$$

падіння напруги в лінії

$$\dot{U}_{AA'} = \dot{I}_A R_{\text{л}} = 5.889 e^{(24.853j)^\circ} 12 = 70.667 e^{24.853j^\circ} = 64.122 + 29.701j \text{ (В)},$$

$$\dot{U}_{BB'} = \dot{U}_{AA'} e^{-j120^\circ} = 70.667 e^{(24.853j)^\circ} e^{(-j)120^\circ} = 70.667 e^{-95.147j^\circ} = -6.339 - 70.382j \text{ (В)},$$

$$\dot{U}_{CC'} = \dot{U}_{AA'} e^{j120^\circ} = 70.667 e^{(24.853j)^\circ} e^{j \times 120^\circ} = 70.667 e^{144.853j^\circ} = -57.783 + 40.681j \text{ (В)},$$

Для визначення струмів у трикутнику визначаємо напругу $\dot{U}_{A'B'}$ (Рис. 2):

$$\begin{aligned} \dot{U}_{A'B'} &= \dot{I}'_A \underline{Z}' - \dot{I}'_B \underline{Z}' = (\dot{I}'_A - \dot{I}'_B) \underline{Z}' = [0.176 + 1.208j - (0.958 - 0.756j)] 122.674 e^{-(49.297j)^\circ} = \\ &= 2.114 e^{(111.723j)^\circ} 122.674 e^{-(49.297j)^\circ} = 259.379 e^{62.426j^\circ} = 120.065 + 229.917j \text{ (В)}, \end{aligned}$$

$$\dot{I}''_{A'B'} = \frac{\dot{U}_{A'B'}}{\underline{Z}_{\Delta}} = \frac{259.379 e^{(62.426j)^\circ}}{84.433 e^{(18.65j)^\circ}} = 3.072 e^{43.777j^\circ} = 2.218 + 2.125j \text{ A};$$

$$\dot{I}''_{B'C'} = \dot{I}''_{A'B'} e^{-j120^\circ} = 3.072 e^{(43.777j)^\circ} e^{(-j)120^\circ} = 3.072 e^{-76.223j^\circ} = 0.732 - 2.984j \text{ A};$$

$$\dot{I}''_{C'A'} = \dot{I}''_{A'B'} e^{j120^\circ} = 3.072 e^{(43.777j)^\circ} e^{j \times 120^\circ} = 3.072 e^{163.777j^\circ} = -2.95 + 0.858j \text{ A};$$

$$\dot{U}_{B'C'} = \dot{U}_{A'B'} e^{-j120^\circ} = 259.379 e^{(62.426j)^\circ} e^{(-j)120^\circ} = 259.379 e^{-57.574j^\circ} = 139.082 - 218.937j \text{ (В)},$$

$$\dot{U}_{C'A'} = \dot{U}_{A'B'} e^{j120^\circ} = 259.379 e^{(62.426j)^\circ} e^{j \times 120^\circ} = 259.379 e^{182.426j^\circ} = -259.146 - 10.98j \text{ (В)},$$

Перевірка за балансом потужностей:

Сумарна активна потужність споживачів фази «А»:

$$P_A = R_{\text{л}} I_A^2 + R I''_{A'B'}^2 + R I'_A{}^2 = 12 \times 5.889^2 + 80 \times 3.072^2 + 80 \times 1.221^2 = 1290.334 \text{ (Вт)}$$

Сумарна реактивна потужність споживачів фази «А»:

$$Q_A = X_L I''_{A'B'}^2 - X_C I'_A{}^2 = 27 \times 3.072^2 - 93 \times 1.221^2 = 116.215 \text{ (ВАр)}$$

Сумарна потужність для 3-х фаз у три рази більше і становить $P = 3P_A = 3 \times 1290.334 = 3871.003 \text{ (Вт)}$,

$Q = 3Q_A = 3 \times 116.215 = 348.646 \text{ (ВАр)}$.

Комплексна потужність фази «А» генератора:

$$\dot{S}_A = \dot{U}_A \dot{I}_A = 220 e^{(30j)^\circ} 5.889 e^{-(24.853j)^\circ} = 1295.557 e^{5.147j^\circ} = 1290.334 + 116.215j \text{ (ВА)};$$

Сумарна комплексна потужність генератора:

$$\dot{S} = 3\dot{S}_A = 3(1290.334 + 116.215j) = 3871.003 + 348.646j \text{ (ВА)}.$$

похибки балансу

$$\eta_P = 2 \left| \frac{\dot{S}_P - P}{\dot{S}_P + P} \right| 100\% = 2 \left| \frac{3871.0031 - 3871.0031}{3871.0031 + 3871.0031} \right| 100\% = 0\%$$

$$\eta_Q = 2 \left| \frac{\dot{S}_Q - Q}{\dot{S}_Q + Q} \right| 100\% = 2 \left| \frac{348.6464 - 348.6464}{348.6464 + 348.6464} \right| 100\% = 0\%$$

Визначаємо покази амперметрів і ватметрів:

$$I_A = I_B = I_C = I_A = 5.889 \text{ A}, I_1 = I_{B'C'} = 3.072 \text{ A}, I_2 = I_B = 1.221 \text{ A}.$$

$$P_{W_a} = \operatorname{Re}(\dot{U}_{AB} \dot{I}_A) = \operatorname{Re}\left[381.051 e^{(60j)^\circ} 5.889 e^{-(24.853j)^\circ}\right] = \operatorname{Re}\left(2243.971 e^{35.147j^\circ}\right) = 2243.971 \cos(35.147^\circ) = 1834.856 \text{ (Вт)}$$

$$P_{W_c} = \operatorname{Re}(-\dot{U}_{BC} \dot{I}_C) = \operatorname{Re}\left[381.051 e^{(120j)^\circ} 5.889 e^{-(144.853j)^\circ}\right] = \operatorname{Re}\left(2243.971 e^{-24.853j^\circ}\right) = 2243.971 \cos(-24.853^\circ) = 2036.147 \text{ (Вт)}$$

Активна потужність трифазного кола :

$$\Sigma P_W = P_{W_a} + P_{W_c} = 1834.856 + 2036.147 = 3871.003 \text{ (Вт)}.$$

Це підтверджує, що сума 2-х ватметрів дорівнює активній потужності трифазного кола.

$$P = 3871.003 \text{ (Вт)}.$$

2. За результатами розрахунків п.1 побудувати суміщену діаграму струмів та топографічну діаграму напруг кола.

Обираємо масштаби для струмів (1 см = 0.97 A) і напруг (1 см = 37 В). На комплексній площині (рис. 7) відкладаємо вектор фазної напругі \dot{U}_A під заданим кутом відносно позитивної піввісі дійсних значень 0,+1. Вектори напруг для фаз В і С відповідно розміщуємо під кутом $\pm 120^\circ$ по відношенню до вектора \dot{U}_A . З'єднуємо кінці векторів $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ і отримуємо трикутник лінійних напруг генератора $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$.

Розміщуємо вектори струмів $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$, дотримуючись обраного масштабу і орієнтуючи вектори згідно до їхніх початкових фаз:

Паралельно відповідним вхідним струмам $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$, відкладаємо вектори напруг на опорах лінії, які в колі, що розраховуємо є активні. Вектор $\dot{U}_{AA'}$ відкладаємо так, щоб його кінець був в точці А, тоді його початком буде точка А'. Аналогічно будуємо вектори напруг $\dot{U}_{BB'}, \dot{U}_{CC'}$. З'єднуємо точки А', В', С' і отримуємо трикутник лінійних напруг на навантаженні $\dot{U}_{A'B'}, \dot{U}_{B'C'}, \dot{U}_{C'A'}$. Далі будуємо вектори струмів в фазах навантаження, що з'єднані трикутником $\dot{I}'_{A'B'}, \dot{I}'_{B'C'}, \dot{I}'_{C'A'}$. З'єднуємо кінці цих векторів і отримуємо вектори струмів $\dot{I}''_A, \dot{I}''_B, \dot{I}''_C$. Розміщуємо вектори струмів $\dot{I}'_A, \dot{I}'_B, \dot{I}'_C$, орієнтуючи їх згідно до початкових фаз.

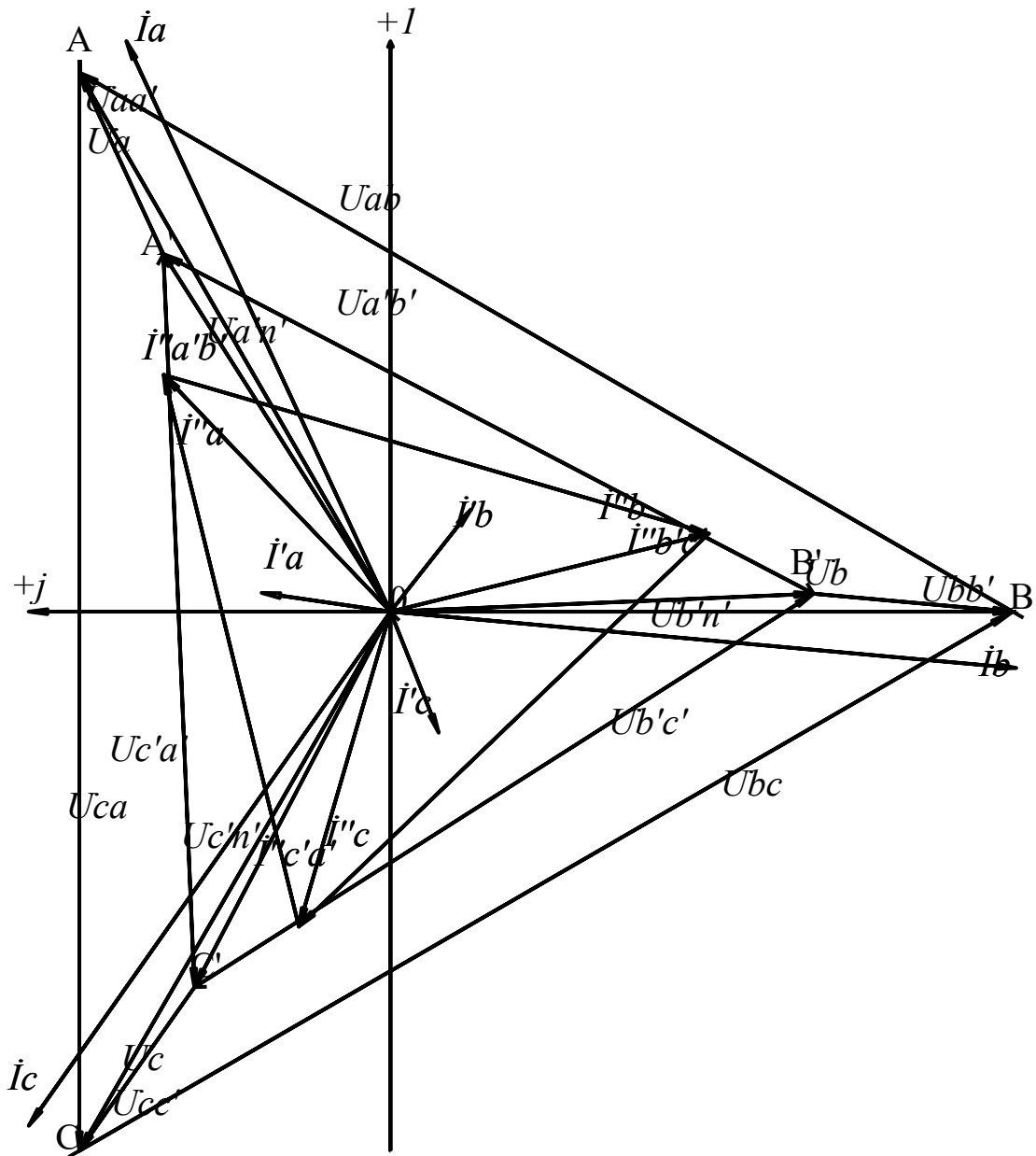


Рис. 7. Суміщена векторно-топографічна діаграма для симетричного кола.

3. Використовуючи еквівалентні перетворення, розрахувати струми і напруги на всіх ділянках кола в аварійному режимі (обрив у точці \rightarrow "M"). Визначити покази вимірювальних приладів, перевірити правильність розрахунків за балансом потужностей.

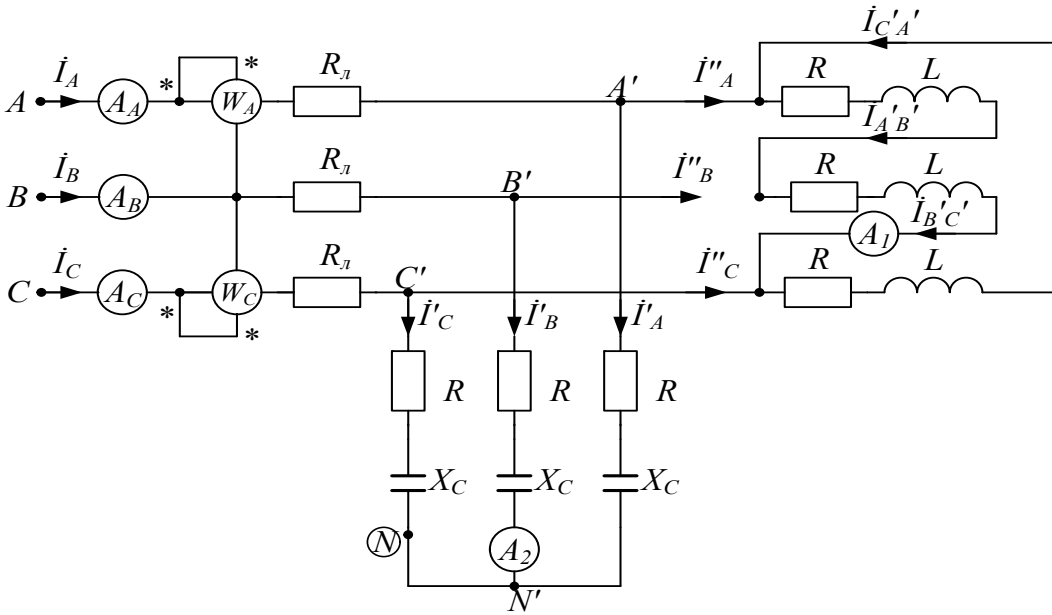


Рис. 8. Схема електричного кола в аварійному режимі. симетрична зірка перетворюється на симетричний трикутник, а паралельно з'єднані гілки трикутника в еквівалентний опір (Рис. 9)

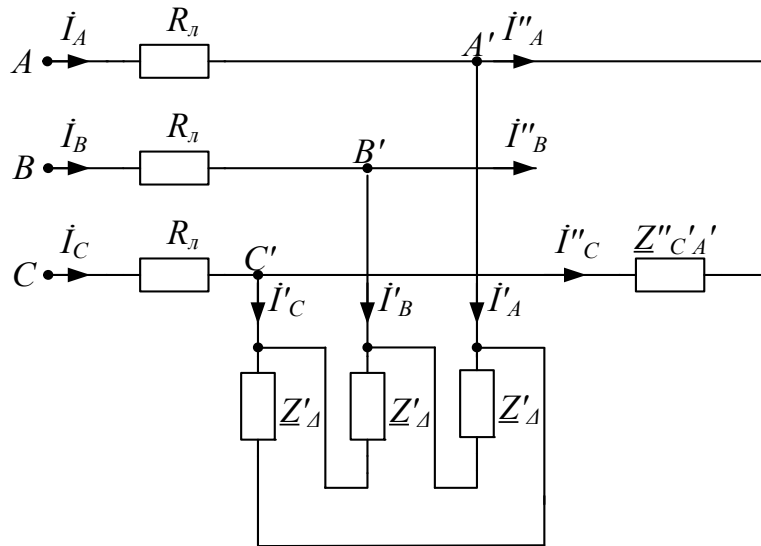


Рис. 9

$$Z''_{C'A'} = \frac{2 \cdot Z_{\Delta} \cdot Z_{\Delta}}{2Z_{\Delta} + Z_{\Delta}} = \frac{2 \cdot 84.43e^{(18.65j)^{\circ}} \cdot 84.43e^{(18.65j)^{\circ}}}{2(80 + 27j) + 80 + 27j} = \frac{1.43 \times 10^4 e^{(37.3j)^{\circ}}}{253.3e^{(18.65j)^{\circ}}} = 56.29e^{18.65j^{\circ}} = 53.33 + 18j \text{ Ом}$$

$$Z'_{\Delta} = 3 \cdot Z' = 3 \cdot 122.674e^{-(49.297j)^{\circ}} = 368.023e^{-49.297j^{\circ}} = 240 - 279j \text{ (Ом)}$$

еквівалентні опори паралельних гілок навантаження (Рис. 10)

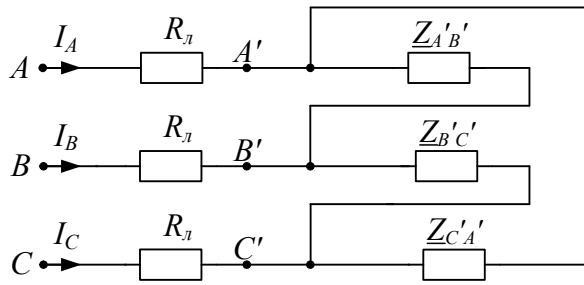


Рис. 10

$$\underline{Z}_{A'B'} = \underline{Z}'_{\Delta} = 368.023 e^{-49.297j^\circ} = 240 - 279j \text{ (Ом)}$$

$$\underline{Z}_{B'C'} = \underline{Z}'_{\Delta} = 368.023 e^{-49.297j^\circ} = 240 - 279j \text{ (Ом)}$$

$$\underline{Z}_{C'A'} = \frac{\underline{Z}''_{C'A'} \cdot \underline{Z}'_{\Delta}}{\underline{Z}''_{C'A'} + \underline{Z}'_{\Delta}} = \frac{56.29 e^{(18.65j)^\circ} \cdot 368.02 e^{-(49.3j)^\circ}}{53.33 + 18j + 240 - 279j} = \frac{2.07 \times 10^4 e^{-(30.65j)^\circ}}{392.64 e^{-(41.66j)^\circ}} = 52.76 e^{11.01j^\circ} = 51.79 + 10.08j \text{ Ом}$$

Перетворюємо трикутник на еквівалентну зірку (Рис. 11)

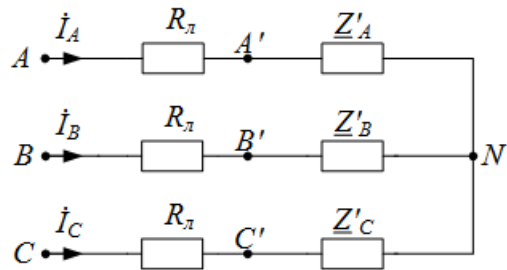


Рис. 11

розрахуємо суму опорів трикутника, яка входить в знаменник формул перетворення

$$\Sigma Z = \underline{Z}_{A'B'} + \underline{Z}_{B'C'} + \underline{Z}_{C'A'} = 240 - 279j + 240 - 279j + 51.788 + 10.08j = 531.788 - 547.92j = 763.554 e^{-45.856j^\circ} \text{ Ом}$$

тоді опори зірки будуть рівні

$$\underline{Z}'_A = \frac{\underline{Z}_{A'B'} \cdot \underline{Z}_{C'A'}}{\Sigma Z} = \frac{368.023 e^{-(49.297j)^\circ} \cdot 52.76 e^{(11.014j)^\circ}}{763.554 e^{-(45.856j)^\circ}} = 25.43 e^{7.573j^\circ} = 25.208 + 3.351j \text{ (Ом)}$$

$$\underline{Z}'_B = \frac{\underline{Z}_{A'B'} \cdot \underline{Z}_{B'C'}}{\Sigma Z} = \frac{368.023 e^{-(49.297j)^\circ} \cdot 368.023 e^{-(49.297j)^\circ}}{763.554 e^{-(45.856j)^\circ}} = 177.382 e^{-52.739j^\circ} = 107.396 - 141.176j \text{ (Ом)}$$

$$\underline{Z}'_C = \frac{\underline{Z}_{B'C'} \cdot \underline{Z}_{C'A'}}{\Sigma Z} = \frac{368.023 e^{-(49.297j)^\circ} \cdot 52.76 e^{(11.014j)^\circ}}{763.554 e^{-(45.856j)^\circ}} = 25.43 e^{7.573j^\circ} = 25.208 + 3.351j \text{ (Ом)}$$

Знаходимо опори віток еквівалентної зірки (Рис. 12):

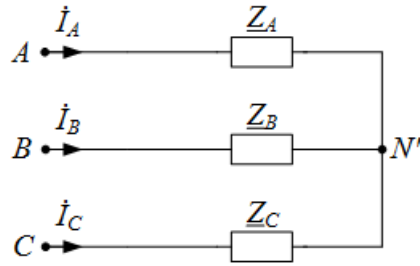


Рис. 12

$$\underline{Z}_A = R_{\text{л}} + \underline{Z}'_A = 12 + 25.208 + 3.351j = 37.208 + 3.351j = 37.358e^{5.147j^\circ} \text{ (Ом)}$$

$$\underline{Z}_B = R_{\text{л}} + \underline{Z}'_B = 12 + 107.396 - 141.176j = 119.396 - 141.176j = 184.894e^{-49.778j^\circ} \text{ (Ом)}$$

$$\underline{Z}_C = R_{\text{л}} + \underline{Z}'_C = 12 + 25.208 + 3.351j = 37.208 + 3.351j = 37.358e^{5.147j^\circ} \text{ (Ом)}$$

еквівалентні провідності фаз еквівалентної зірки: :

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A} = \frac{1}{37.35844e^{(5.14653j)^\circ}} = 0.02677e^{-5.14653j^\circ} = 0.02666 - 0.0024j \text{ (См)}$$

$$\underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B} = \frac{1}{184.89448e^{-(49.77788j)^\circ}} = 0.00541e^{49.77788j^\circ} = 0.00349 + 0.00413j \text{ (См)}$$

$$\underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C} = \frac{1}{37.35844e^{(5.14653j)^\circ}} = 0.02677e^{-5.14653j^\circ} = 0.02666 - 0.0024j \text{ (См)}$$

Розраховуємо напругу зміщення нейтралі:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{N'N} &= \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_A + \dot{U}_B \underline{Y}_B + \dot{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \\ &= \frac{220e^{(30j)^\circ} 0.02677e^{-(5.14653j)^\circ} + 220e^{-(90j)^\circ} 0.00541e^{(49.77788j)^\circ} + 220e^{(150j)^\circ} 0.02677e^{-(5.14653j)^\circ}}{0.02666 - 0.0024j + 0.00349 + 0.00413j + 0.02666 - 0.0024j} = \\ &= \frac{5.8889e^{(24.85347j)^\circ} + 1.18987e^{-(40.22212j)^\circ} + 5.8889e^{(144.85347j)^\circ}}{0.05681 - 6.72657j \times 10^{-4}} = \\ &= \frac{5.3435 + 2.4751j + 0.90852 - 0.76836j + -4.81525 + 3.39006j}{0.05681 - 6.72657j \times 10^{-4}} = \frac{1.43677 + 5.0968j}{0.05681 - 6.72657j \times 10^{-4}} = \\ &= \frac{5.295e^{(74.257j)^\circ}}{0.057e^{-(0.678j)^\circ}} = 93.203e^{74.935j^\circ} = 24.224 + 90j \text{ (В)}, \end{aligned}$$

Визначаємо напруги і струми у фазах еквівалентної зірки:

$$\dot{U}_{AN'} = \dot{U}_A - \dot{U}_{N'N} = 190.526 + 110j - (24.224 + 90j) = 166.301 + 20j = 167.5e^{6.858j^\circ} \text{ (В)}$$

$$\dot{U}_{BN'} = \dot{U}_B - \dot{U}_{N'N} = -220j - (24.224 + 90j) = -24.224 - 310j = 310.945e^{-94.468j^\circ} \text{ (В)}$$

$$\dot{U}_{CN'} = \dot{U}_C - \dot{U}_{N'N} = -190.526 + 110j - (24.224 + 90j) = -214.75 + 20j = 215.679e^{174.679j^\circ} \text{ (В)}$$

фазні струми генератора

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{AN'}}{Z_A} = \frac{167.5e^{(6.858j)^\circ}}{37.358e^{(5.147j)^\circ}} = 4.484e^{1.711j^\circ} = 4.482 + 0.134j \quad (A)$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_{BN'}}{Z_B} = \frac{310.945e^{-(94.468j)^\circ}}{184.894e^{-(49.778j)^\circ}} = 1.682e^{-44.69j^\circ} = 1.196 - 1.183j \quad (A)$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_{CN'}}{Z_C} = \frac{215.679e^{(174.679j)^\circ}}{37.358e^{(5.147j)^\circ}} = 5.773e^{169.533j^\circ} = -5.677 + 1.049j \quad (A)$$

перевірка за першим законом Кірхгофа

$$\Sigma I = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 4.482 + 0.134j + 1.196 - 1.183j - 5.677 + 1.049j = 0$$

падіння напруги в лінії

$$\dot{U}_{AA'} = R_L \dot{I}_A = 12 \cdot 4.484e^{(1.711j)^\circ} = 53.803e^{1.711j^\circ} = 53.779 + 1.607j \quad (B)$$

$$\dot{U}_{BB'} = R_L \dot{I}_B = 12 \cdot 1.682e^{-(44.69j)^\circ} = 20.181e^{-44.69j^\circ} = 14.347 - 14.193j \quad (B)$$

$$\dot{U}_{CC'} = R_L \dot{I}_C = 12 \cdot 5.773e^{(169.533j)^\circ} = 69.279e^{169.533j^\circ} = -68.126 + 12.586j \quad (B)$$

фазні напруги навантаження

$$\dot{U}_{A'N'} = \dot{U}_{AN'} - \dot{U}_{AA'} = 166.301 + 20j - (53.779 + 1.607j) = 112.522 + 18.393j = 114.016e^{9.284j^\circ} \quad (B)$$

$$\dot{U}_{B'N'} = \dot{U}_{BN'} - \dot{U}_{BB'} = -24.224 - 310j - (14.347 - 14.193j) = -38.571 - 295.807j = 298.311e^{-97.429j^\circ} \quad (B)$$

$$\dot{U}_{C'N'} = \dot{U}_{CN'} - \dot{U}_{CC'} = -214.75 + 20j - (-68.126 + 12.586j) = -146.624 + 7.414j = 146.811e^{177.105j^\circ} \quad (B)$$

лінійні напруги навантаження

$$\dot{U}_{A'B'} = \dot{U}_{A'N'} - \dot{U}_{B'N'} = 112.522 + 18.393j - (-38.571 - 295.807j) = 151.094 + 314.201j = 348.642e^{64.318j^\circ} \quad (B)$$

$$\dot{U}_{B'C'} = \dot{U}_{B'N'} - \dot{U}_{C'N'} = -38.571 - 295.807j - (-146.624 + 7.414j) = 108.053 - 303.221j = 321.898e^{-70.387j^\circ} \quad (B)$$

$$\dot{U}_{C'A'} = \dot{U}_{C'N'} - \dot{U}_{A'N'} = -146.624 + 7.414j - (112.522 + 18.393j) = -259.146 - 10.98j = 259.379e^{-177.574j^\circ} \quad (B)$$

Струми споживачів (Рис. 8):

$$\dot{I}''_{A'B'} = -\frac{\dot{U}_{C'A'}}{2 \cdot Z_{\Delta}} = -\frac{259.379e^{-(177.574j)^\circ}}{2 \cdot 84.433e^{(18.65j)^\circ}} = -1.536e^{-196.223j^\circ} = 1.475 - 0.429j \quad A;$$

$$\dot{I}''_{B'C'} = \dot{I}''_{A'B'} = 1.536e^{-16.223j^\circ} = 1.475 - 0.429j \quad A;$$

$$\dot{I}''_{C'A'} = \frac{\dot{U}_{C'A'}}{Z_{\Delta}} = \frac{259.379e^{-(177.574j)^\circ}}{84.433e^{(18.65j)^\circ}} = 3.072e^{-196.223j^\circ} = -2.95 + 0.858j \quad A;$$

$$\dot{I}''_A = \dot{I}''_{A'B'} - \dot{I}''_{C'A'} = 1.475 - 0.429j - (-2.95 + 0.858j) = 4.424 - 1.287j = 4.608e^{-16.223j^\circ} \quad (A)$$

$$\dot{I}''_B = \dot{I}''_{B'C'} - \dot{I}''_{A'B'} = 1.475 - 0.429j - (1.475 - 0.429j) = 0 = 0 \quad (A)$$

$$\dot{I}''_C = \dot{I}''_{C'A'} - \dot{I}''_{B'C'} = -2.95 + 0.858j - (1.475 - 0.429j) = -4.424 + 1.287j = 4.608e^{163.777j^\circ} \quad (A)$$

$$\dot{I}'_A = \dot{I}_A - \dot{I}''_A = 4.482 + 0.134j - (4.424 - 1.287j) = 0.057 + 1.421j = 1.422e^{87.7j^\circ} \quad (A)$$

$$\dot{I}'_B = \dot{I}_B - \dot{I}''_B = 1.196 - 1.183j - 0 = 1.196 - 1.183j = 1.682e^{-44.69j^\circ} \quad (A)$$

$$\dot{I}'_C = \dot{I}_C - \dot{I}''_C = -5.677 + 1.049j - (-4.424 + 1.287j) = -1.253 - 0.239j = 1.275e^{-169.218j^\circ} \quad (A)$$

Перевірка за балансом потужностей:

Сумарна активна потужність споживачів:

$$P = R_{\text{л}}(\dot{I}_A^2 + \dot{I}_B^2 + \dot{I}_C^2) + R(\dot{I}''_{A'B'}^2 + \dot{I}''_{B'C'}^2 + \dot{I}''_{C'A'}^2) + R(\dot{I}'_A^2 + \dot{I}'_B^2 + \dot{I}'_C^2) = \\ = 12(4.484^2 + 1.682^2 + 5.773^2) + 80(1.536^2 + 1.536^2 + 3.072^2) + 80(1.422^2 + 1.682^2 + 1.275^2) = 2.326 \times 10^3 (\text{Вт})$$

Сумарна реактивна потужність споживачів:

$$Q = X_L(\dot{I}''_{A'B'}^2 + \dot{I}''_{B'C'}^2 + \dot{I}''_{C'A'}^2) - X_C(\dot{I}'_A^2 + \dot{I}'_B^2 + \dot{I}'_C^2) = \\ = 27(1.536^2 + 1.536^2 + 3.072^2) - 93(1.422^2 + 1.682^2 + 1.275^2) = -220.219 (\text{ВТ})$$

Комплексна потужність фаз генератора:

$$\dot{S}_A = \dot{U}_A \dot{I}_A = 220e^{(30j)^\circ} 4.484e^{-(1.711j)^\circ} = 986.388e^{28.289j^\circ} = 868.583 + 467.466j \text{ ВА};$$

$$\dot{S}_B = \dot{U}_B \dot{I}_B = 220e^{-(90j)^\circ} 1.682e^{(44.69j)^\circ} = 369.983e^{-45.31j^\circ} = 260.2 - 263.028j \text{ ВА};$$

$$\dot{S}_C = \dot{U}_C \dot{I}_C = 220e^{(150j)^\circ} 5.773e^{-(169.533j)^\circ} = 1270.112e^{-19.533j^\circ} = 1197.018 - 424.657j \text{ ВА};$$

Сумарна комплексна потужність генератора:

$$\dot{S} = \dot{S}_A + \dot{S}_B + \dot{S}_C = 868.583 + 467.466j + 260.2 - 263.028j + 1197.018 - 424.657j = 2325.801 - 220.219j \text{ ВА}$$

похибки балансу

$$\eta_P = 2 \left| \frac{\dot{S}_P - P}{\dot{S}_P + P} \right| 100\% = 2 \left| \frac{2325.8013 - 2325.8013}{2325.8013 + 2325.8013} \right| 100\% = 0\%$$

$$\eta_Q = 2 \left| \frac{\dot{S}_Q - Q}{\dot{S}_Q + Q} \right| 100\% = 2 \left| \frac{-220.2189 - -220.2189}{-220.2189 + -220.2189} \right| 100\% = 0\%$$

Визначаємо покази амперметрів і вагметрів:

$$A_A = A_B = A_C = |\dot{I}_A| = 4.484 \text{ А}, A_1 = |\dot{I}''_{C'A'}| = 3.072 \text{ А}, A_2 = |\dot{I}'_C| = 1.275 \text{ А}$$

$$P_{W_a} = \text{Re}(\dot{U}_{AB} \dot{I}_A) = \text{Re}[381.051e^{(60j)^\circ} 4.484e^{-(1.711j)^\circ}] = \text{Re}(1708.474e^{58.289j^\circ}) = 1708.474 \cos(58.289^\circ) = \\ = 898.038 (\text{Вт})$$

$$P_{W_c} = \text{Re}(-\dot{U}_{BC} \dot{I}_C) = \text{Re}[381.051e^{(120j)^\circ} 5.773e^{-(169.533j)^\circ}] = \text{Re}(2199.899e^{-49.533j^\circ}) = 2199.899 \cos(-49.533^\circ) = \\ = 1427.763 (\text{Вт})$$

4. Повторити розрахунки п.3 методом симетричних складових. Порівняти результати розрахунків п.3 і п.4.

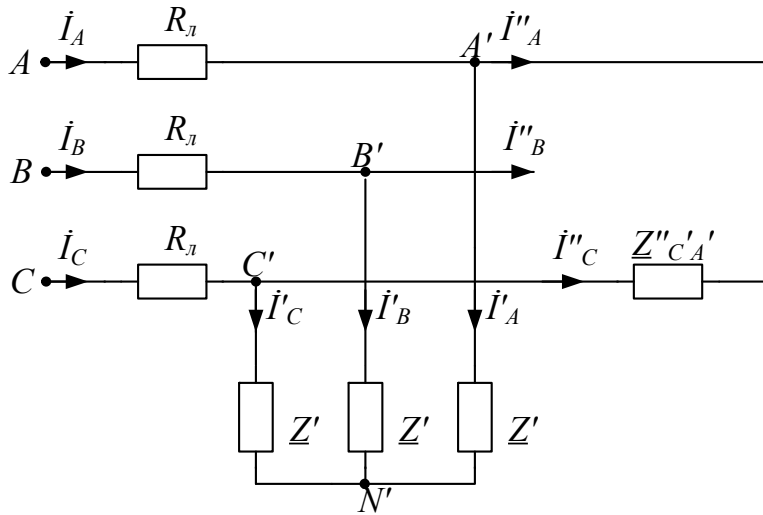


Рис. 13.

$$\underline{Z}' = R - j X_C = 80 - 93j = 28.144e^{18.65j^\circ} \text{ (Ом)}$$

$$\underline{Z}''_{C'A'} = \frac{2 \cdot \underline{Z}_\Delta \cdot \underline{Z}_\Delta}{2\underline{Z}_\Delta + \underline{Z}_\Delta} = \frac{2 \cdot 84.43e^{(18.65j)^\circ} \cdot 84.43e^{(18.65j)^\circ}}{2(80 + 27j) + 80 + 27j} = \frac{1.43 \times 10^4 e^{(37.3j)^\circ}}{253.3e^{(18.65j)^\circ}} = 56.29e^{18.65j^\circ} = 53.33 + 18j \text{ Ом}$$

Трифазна система ЕРС генератора симетрична і має пряму послідовність, тому

$\dot{E}_1 = \dot{U}_A = 220e^{30j^\circ} = 190.526 + 110j \text{ В}$, . Оскільки трифазна система без нейтрального проводу то струм нульової послідовності дорівнює нулю:

Схеми заміщення (фаза А) для симетричних прямої (Рис. 14, а) та зворотної (Рис. 14, б) складових.

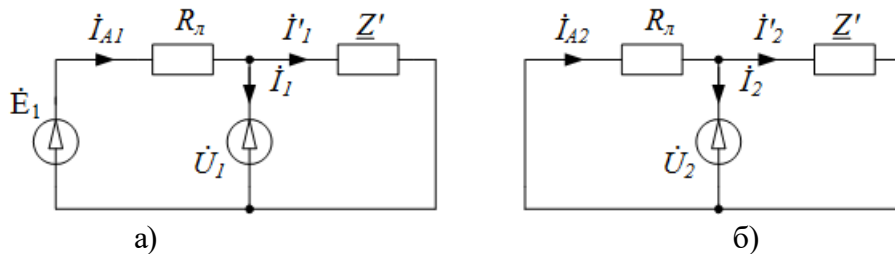


Рис. 14.

Для спрощення цих кіл робимо еквівалентні перетворення:

$$\underline{Z}_e = \underline{Z}_{e2} = \underline{Z}_{e1} = \frac{R_L \cdot \underline{Z}'}{R_L + \underline{Z}'} = \frac{12 \cdot 122.674e^{-(49.297j)^\circ}}{12 + 80 - 93j} = \frac{1472.092e^{-(49.297j)^\circ}}{130.817e^{-(45.31j)^\circ}} = 11.253e^{-3.988j^\circ} = 11.226 - 0.783j \text{ Ом}$$

$$\dot{E}_{e1} = \frac{\dot{E}_1}{R_L} \cdot \underline{Z}_{e1} = \frac{220e^{(30j)^\circ}}{12} \cdot 11.253e^{-(3.988j)^\circ} = 206.307e^{26.012j^\circ} = 185.408 + 90.479j \text{ В};$$

Спрощені еквівалентні схеми заміщення кіл для прямої та зворотної послідовностей чергування фаз показані відповідно на Рис. 15, а, б .

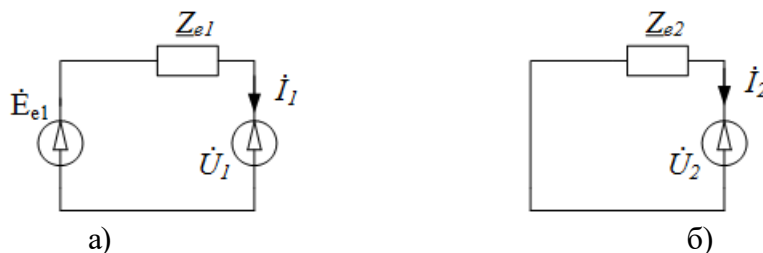


Рис. 15.

Основна система рівнянь для цих схем:

$$a = e^{j120^\circ}$$

$$Z_{e1} \dot{I}_1 + \dot{U}_1 = \dot{E}_{e1}$$

$$Z_{e2} \dot{I}_2 + \dot{U}_2 = 0$$

Додаткова система рівнянь:

$$I''_A = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$$

$$I''_B = a^2 \dot{I}_1 + a \dot{I}_2 = 0$$

$$U_{C'} - U_{A'} = I''_C Z''_{C'A'}$$

$$(U_1 + U_2) - (a U_1 + a^2 U_2) = (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) Z''_{C'A'}$$

Розв'язуємо цю систему рівнянь:

$$Z_e = Z_{e1} + Z_{e2} + Z''_{C'A'} = 11.226 - 0.783j + 11.226 - 0.783j + 53.333 + 18j = 75.785 + 16.435j = 77.547 e^{12.236j^\circ} \text{ (Ом)}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_{e1}}{Z_e} = \frac{206.307 e^{(26.012j)^\circ}}{77.547 e^{(12.236j)^\circ}} = 2.66 e^{13.777j^\circ} = 2.584 + 0.634j \quad (\text{A})$$

$$\dot{I}_2 = -\dot{I}_1 e^{j120^\circ} = 2.66 e^{-(166.223j)^\circ} e^{j \times 120^\circ} = 2.66 e^{-46.223j^\circ} = 1.841 - 1.921j \quad (\text{A})$$

$$\dot{U}_1 = -\dot{I}_1 Z_{e1} + \dot{E}_{e1} = 2.66 e^{-(166.223j)^\circ} 11.253 e^{-(3.988j)^\circ} + 185.408 + 90.479j = 155.906 + 85.389j = 177.758 e^{28.709j^\circ}$$

$$\dot{U}_2 = -\dot{I}_2 Z_{e2} = 2.66 e^{(133.777j)^\circ} 11.253 e^{-(3.988j)^\circ} = 29.938 e^{129.789j^\circ} = -19.159 + 23.005j \quad \text{В};$$

За знайденими параметрами еквівалентних схем заміщення знаходимо струми і напруги еквівалентних схем (Рис. 14) та заланого кола (Рис. 13).

$$I''_A = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 2.584 + 0.634j + 1.841 - 1.921j = 4.424 - 1.287j = 4.608 e^{-16.223j^\circ} \text{ A}$$

$$I''_B = a^2 \dot{I}_1 + a \dot{I}_2 = (e^{j \times 120^\circ})^2 2.66 e^{(13.777j)^\circ} + e^{j \times 120^\circ} 2.66 e^{-(46.223j)^\circ} = 0$$

$$I''_C = a \dot{I}_1 + a^2 \dot{I}_2 = e^{j \times 120^\circ} 2.66 e^{(13.777j)^\circ} + (e^{j \times 120^\circ})^2 2.66 e^{-(46.223j)^\circ} = -4.424 + 1.287j = 4.608 e^{163.777j^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}'_1 = \frac{\dot{U}_1}{Z'} = \frac{177.758 e^{(28.709j)^\circ}}{122.674 e^{-(49.297j)^\circ}} = 1.449 e^{78.007j^\circ} = 0.301 + 1.417j \quad (\text{A})$$

$$\dot{I}'_2 = \frac{\dot{U}_2}{Z'} = \frac{29.938 e^{(129.789j)^\circ}}{122.674 e^{-(49.297j)^\circ}} = 0.244 e^{179.086j^\circ} = -0.244 + 0.004j \quad (\text{A})$$

$$\dot{I}'_A = \dot{I}'_1 + \dot{I}'_2 = 0.301 + 1.417j + -0.244 + 0.004j = 0.057 + 1.421j = 1.422 e^{87.7j^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}'_B = a^2 \dot{I}'_1 + a \dot{I}'_2 = (e^{j \times 120^\circ})^2 1.449 e^{(78.007j)^\circ} + e^{j \times 120^\circ} 0.244 e^{(179.086j)^\circ} = 1.196 - 1.183j = 1.682 e^{-44.69j^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}'_C = a \dot{I}'_1 + a^2 \dot{I}'_2 = e^{j \times 120^\circ} 1.449 e^{(78.007j)^\circ} + (e^{j \times 120^\circ})^2 0.244 e^{(179.086j)^\circ} = -1.253 - 0.239j = 1.275 e^{-169.218j^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}_{A1} = \dot{I}_1 + \dot{I}'_1 = 2.584 + 0.634j + 0.301 + 1.417j = 2.885 + 2.051j = 3.54 e^{35.409j^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}_{A2} = \dot{I}_2 + \dot{I}'_2 = 1.841 - 1.921j + -0.244 + 0.004j = 1.597 - 1.917j = 2.495 e^{-50.211j^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} = 2.885 + 2.051j + 1.597 - 1.917j = 4.482 + 0.134j = 4.484 e^{1.711j^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}_B = a^2 \dot{I}_{A1} + a \dot{I}_{A2} = (e^{j \times 120^\circ})^2 3.54 e^{(35.409j)^\circ} + e^{j \times 120^\circ} 2.495 e^{-(50.211j)^\circ} = 1.196 - 1.183j = 1.682 e^{-44.69j^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_C = a \dot{I}_{A1} + a^2 \dot{I}_{A2} = e^{j \times 120^\circ} 3.54 e^{(35.409j)^\circ} + (e^{j \times 120^\circ})^2 2.495 e^{-(50.211j)^\circ} = -5.677 + 1.049j = 5.773 e^{169.533j^\circ} \text{ A};$$

фазні напруги навантаження

$$\dot{U}_{A'} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 155.906 + 85.389j + -19.159 + 23.005j = 136.747 + 108.393j = 174.496 e^{38.402j^\circ} \text{ В}$$

$$\dot{U}_{B'} = a^2 \cdot \dot{U}_1 + a \cdot \dot{U}_2 = (e^{j \times 120^\circ})^2 177.76 e^{(28.71j)^\circ} + e^{j \times 120^\circ} 29.94 e^{(129.79j)^\circ} = -14.35 - 205.81j = 206.307 e^{-93.988j^\circ} \text{ В}$$

$$\dot{U}_{C'} = a \cdot \dot{U}_1 + a^2 \cdot \dot{U}_2 = e^{j \times 120^\circ} 177.758 e^{(28.709j)^\circ} + (e^{j \times 120^\circ})^2 29.938 e^{(129.789j)^\circ} = -122.4 + 97.414j = 156.433 e^{141.485j^\circ}$$

лінійні напруги навантаження

$$\dot{U}_{A'B'} = \dot{U}_{A'} - \dot{U}_{B'} = 136.747 + 108.393j - (-14.347 - 205.807j) = 151.094 + 314.201j = 348.642 e^{64.318j^\circ} \text{ (В)}$$

$$\dot{U}_{B'C'} = \dot{U}_{B'} - \dot{U}_{C'} = -14.347 - 205.807j - (-122.4 + 97.414j) = 108.053 - 303.221j = 321.898 e^{-70.387j^\circ} \text{ (В)}$$

$$\dot{U}_{C'A'} = \dot{U}_{C'} - \dot{U}_{A'} = -122.4 + 97.414j - (136.747 + 108.393j) = -259.146 - 10.98j = 259.379 e^{-177.574j^\circ} \text{ (В)}$$

Струми споживачів :

$$\dot{I}''_{A'B'} = \frac{\dot{U}_{C'A'}}{2 \cdot Z_{\Delta}} = \frac{259.379 e^{-(177.574j)^\circ}}{2 \cdot 84.433 e^{(18.65j)^\circ}} = -1.536 e^{-196.223j^\circ} = 1.475 - 0.429j \text{ А;}$$

$$\dot{I}''_{B'C'} = \dot{I}''_{A'B'} = 1.536 e^{-16.223j^\circ} = 1.475 - 0.429j \text{ А;}$$

$$\dot{I}''_{C'A'} = \frac{\dot{U}_{C'A'}}{Z_{\Delta}} = \frac{259.379 e^{-(177.574j)^\circ}}{84.433 e^{(18.65j)^\circ}} = 3.072 e^{-196.223j^\circ} = -2.95 + 0.858j \text{ А;}$$

Результати розрахунку повністю збігаються з раніше отриманими у

5. Переконайтесь, що сума показів ватметрів дорівнює активній потужності три фазного кола.

Активна потужність трифазного кола :

$$\Sigma P_W = P_{Wc} + P_{Wa} = 1427.763 + 898.038 = 2325.801 \text{ (Вт)}.$$

Це підтверджує, що сума 2-х ватметрів дорівнює активній потужності трифазного кола.
 $P = 2325.801 \text{ (Вт)}$.

6. За результатами розрахунків п.1 побудувати суміщену діаграму струмів та топографічну діаграму напруг кола.

Обираємо масштаби для струмів (1 см = 0.9 А) і напруг (1 см = 35 В). На комплексній площині (рис. 16) відкладаємо вектор фазної напруги \dot{U}_A під заданим кутом відносно позитивної піввісі дійсних значень 0,+1. Вектори напруг для фаз В і С відповідно розміщуємо під кутом $\pm 120^\circ$ по відношенню до вектора \dot{U}_A . З'єднуємо кінці векторів $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ і отримуємо трикутник лінійних напруг генератора $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$.

Розміщуємо вектори струмів $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$, дотримуючись обраного масштабу і орієнтуючи вектори згідно до їхніх початкових фаз:

Паралельно відповідним вхідним струмам $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$, відкладаємо вектори напруг на опорах лінії, які в колі, що розраховуємо є активні. Вектор $\dot{U}_{AA'}$ відкладаємо так, щоб його кінець був в точці А, тоді його початком буде точка А'. Аналогічно будуюмо вектори напруг $\dot{U}_{BB'}, \dot{U}_{CC'}$. З'єднуємо точки А',В',С' і отримуємо трикутник лінійних напруг на навантаженні $\dot{U}_{A'B'}, \dot{U}_{B'C'}, \dot{U}_{C'A'}$. Далі будуюмо вектори струмів в фазах навантаження, що з'єднані трикутником $\dot{I}''_{A'B'}, \dot{I}''_{A'C'}$ єднуємо кінці цих векторів і отримуємо вектори струмів $\dot{I}''_A, \dot{I}''_B, \dot{I}''_C$. Розміщуємо вектори струмів $\dot{I}'_A, \dot{I}'_B, \dot{I}'_C$, орієнтуючи їх згідно до початкових фаз.

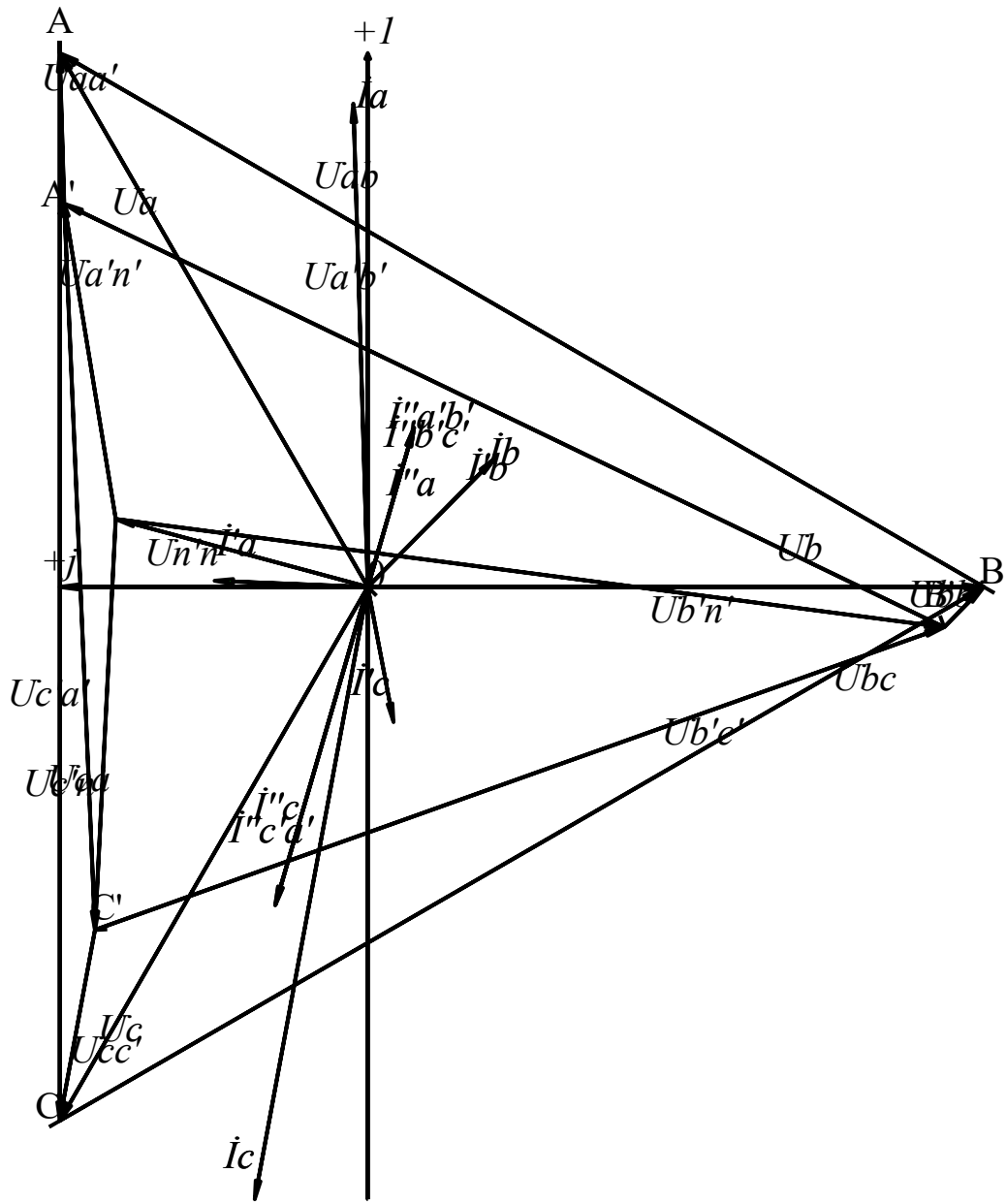


Рис. 16. Суміщена векторно-топографічна діаграма для несиметричного кола.

7. Вважаючи, що напруга фази А симетричного трифазного генератора несинусоїдна і задана рядом:

$$u_A = \sqrt{2}U_{1A} \sin(\omega t + \psi_{1A}) + \sqrt{2}U_{3A} \sin(3\omega t + \psi_{3A}) + \sqrt{2}U_{5A} \sin(5\omega t + \psi_{5A}),$$

записати миттєві значення напруг $u_B, u_C, u_{AB}, u_{BC}, u_{CA}$ якщо:

$$u_B(t) = u_A(t - \frac{T}{3}), \quad u_C(t) = u_A(t + \frac{T}{3}),$$

де $T = \frac{2\pi}{\omega}$ – період несинусоїдної напруги.

Діючі значення і початкові фази гармонік наведені в таблиці №1.

Визначити діючі значення фазних і лінійних напруг генератора.

Обчислити покази вимірювальних приладів, ввімкнених в коло при симетричному навантаженні. Значення реактивних опорів кола задані на частоті першої гармоніки, вимірювальні прилади електродинамічної системи (показують діюче значення).

Напруга фази А, розкладена на гармонічні складові:

$$u_A(\omega t) = 220\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ) + 150\sqrt{2} \sin(3\omega t - 40^\circ) + 120\sqrt{2} \sin(5\omega t - 10^\circ) \text{ (В)}.$$

Напруга генератора складається із систем напруг прямої послідовності (перша гармоніка), нульової послідовності (третя гармоніка) та зворотної послідовності (п'ята гармоніка). За заданою напругою фази А запишемо напруги у фазах В і С.

$$u_B(\omega t) = 220\sqrt{2} \sin(\omega t + -90^\circ) + 150\sqrt{2} \sin(3\omega t + -160^\circ) + 120\sqrt{2} \sin(5\omega t + 110^\circ) \text{ (В)},$$

$$u_C(\omega t) = 150\sqrt{2} \sin(3\omega t + 80^\circ) + 120\sqrt{2} \sin(5\omega t + -130^\circ) + 220\sqrt{2} \sin(\omega t + 150^\circ) \text{ (В)}.$$

Діючі значення фазних напруг генератора:

$$U_A = U_B = U_C = \sqrt{U_{A(1)}^2 + U_{A(3)}^2 + U_{A(5)}^2} = \sqrt{220^2 + 150^2 + 120^2} = 292.062 \text{ В}$$

Миттєві значення лінійних напруг генератора для різних гармонік:

$$u_{AB1}(\omega t) = 381.051\sqrt{2} \sin(\omega t + 60^\circ) \text{ (В)}, \quad u_{AB3}(\omega t) = 0 \text{ (В)}, \quad u_{AB5}(\omega t) = 207.846\sqrt{2} \sin(5\omega t + -40^\circ) \text{ (В)},$$

$$u_{BC1}(\omega t) = 381.051\sqrt{2} \sin(\omega t + -60^\circ) \text{ (В)}, \quad u_{BC3}(\omega t) = 0 \text{ (В)}, \quad u_{BC5}(\omega t) = 207.846\sqrt{2} \sin(5\omega t + 80^\circ) \text{ (В)},$$

$$u_{CA1}(\omega t) = 381.051\sqrt{2} \sin(\omega t + 180^\circ) \text{ (В)}, \quad u_{CA3}(\omega t) = 0 \text{ (В)}, \quad u_{CA5}(\omega t) = 207.846\sqrt{2} \sin(5\omega t + -160^\circ) \text{ (В)}$$

Сумарне лінійне значення напруги генератора:

$$u_{AB}(\omega t) = 381.051\sqrt{2} \sin(\omega t + 60^\circ) + 207.846\sqrt{2} \sin(5\omega t - 40^\circ) \text{ (В)},$$

$$u_{BC}(\omega t) = 381.051\sqrt{2} \sin(\omega t - 60^\circ) + 207.846\sqrt{2} \sin(5\omega t + 80^\circ) \text{ (В)},$$

$$u_{CA}(\omega t) = 207.846\sqrt{2} \sin(5\omega t - 160^\circ) + 381.051\sqrt{2} \sin(\omega t + 180^\circ) \text{ (В)},$$

Діючі значення лінійних напруг генератора:

$$U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = \sqrt{U_{AB(1)}^2 + U_{AB(5)}^2} = \sqrt{381.051^2 + 207.846^2} = 434.051 \text{ В}$$

Для визначення показань вимірювальних приладів необхідно розрахувати ланцюг, вважаючи, що струми в гілках створюються напругами кожної гармоніки окремо.

а) Перша гармоніка (пряма послідовність). Так як за умовою завдання діюче значення і початкова фаза напруги першої гармоніки збігаються з відповідними значеннями синусоїдально змінюючимися напругами, то отримані результати можна використовувати і в даному прикладі.

Значення струмів під дією напруги першої гармоніки

$$\dot{I}_{A(1)} = 5.889e^{24.853j^\circ} \text{ А}; \quad \dot{I}_{B(1)} = 5.889e^{-95.147j^\circ} \text{ А}; \quad \dot{I}_{C(1)} = 5.889e^{144.853j^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}'_{A(1)} = 1.221e^{81.723j^\circ} \text{ А}; \quad \dot{I}'_{B(1)} = 1.221e^{-38.277j^\circ} \text{ А}; \quad \dot{I}'_{C(1)} = 1.221e^{-158.277j^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}''_{A(1)} = 5.321e^{13.777j^\circ} \text{ А}; \quad \dot{I}''_{B(1)} = 5.321e^{-106.223j^\circ} \text{ А}; \quad \dot{I}''_{C(1)} = 5.321e^{133.777j^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}'''_{A'B'(1)} = 3.072e^{43.777j^\circ} \text{ А}; \quad \dot{I}'''_{B'C'(1)} = 3.072e^{-76.223j^\circ} \text{ А}; \quad \dot{I}'''_{C'A'(1)} = 3.072e^{163.777j^\circ} \text{ А};$$

б) Третя гармоніка (нульова послідовність). За відсутністю у колі нейтрального проводу струмів третьої гармоніки немає.

в) П'ята гармоніка (зворотна послідовність). На частоті п'ятої гармоніки індуктивні опори збільшуються у п'ять раз, а ємнісні відповідно зменшуються.

Реактивні опори для п'ятої гармоніки:

$$X_{C(5)} = \frac{X_C}{5} = \frac{93}{5} = 18.6 \text{ Ом}, \quad X_{L(5)} = 5X_L = 5 \times 27 = 135 \text{ Ом}$$

Перетворимо симетричний трикутник з опорами R, X_L на симетричну зірку з опорами R_Y, X_{LY} (Рис. 17).

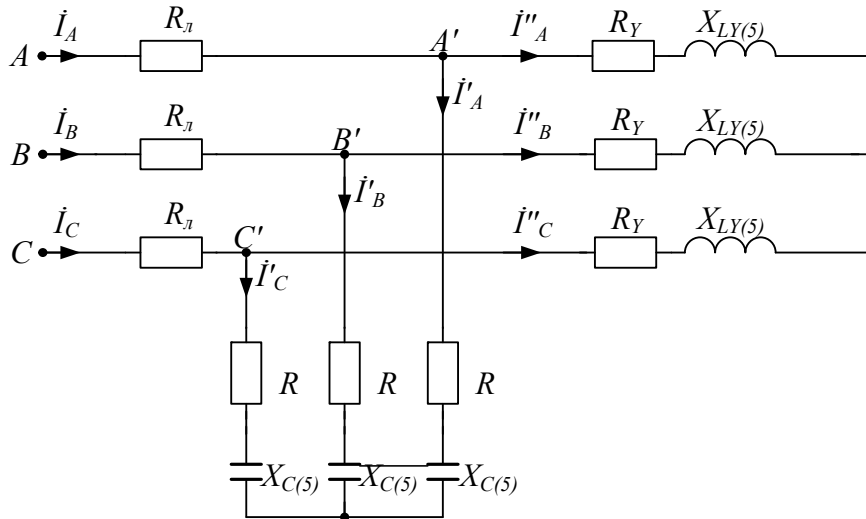


Рис. 17

$$\underline{Z}_{\Delta(5)} = R + j X_{L(5)} = 80 + 135j = 84.433 e^{18.65j^\circ} \text{ (Ом)}$$

$$\underline{Z}_{Y(5)} = \frac{\underline{Z}_{\Delta(5)}}{3} = \frac{156.924 e^{59.349j^\circ}}{3} = 52.308 e^{59.349j^\circ} = 26.667 + 45j \text{ (Ом)}$$

Зведемо розрахунок симетричного трифазного кола до розрахунку однієї фази А (Рис. 18). Струми і напруги в фазах В і С знаходяться з умови симетрії.

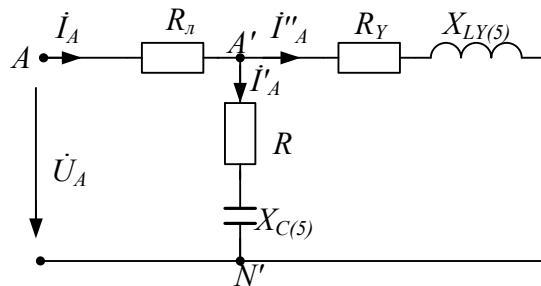


Рис. 18

еквівалентні опори гілок навантаження (Рис. 19):

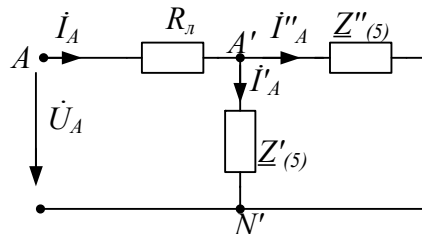


Рис. 19

$$\underline{Z}'_{(5)} = R - j X_{C(5)} = 80 - 18.6j = 122.674 e^{-49.297j^\circ} \text{ (Ом)}$$

$$\underline{Z}''_{(5)} = \underline{Z}_{Y(5)} = 26.667 + 45j = 122.674 e^{-49.297j^\circ} \text{ (Ом)}$$

еквівалентні опір паралельних гілок навантаження (Рис.20):

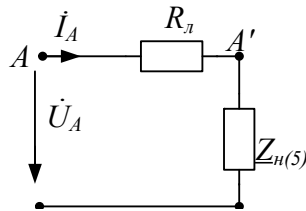


Рис. 20

$$Z_{H(5)} = \frac{Z'(5) \cdot Z''(5)}{Z'(5) + Z''(5)} = \frac{82.134e^{-(13.089j)^\circ} \cdot 52.308e^{(59.349j)^\circ}}{80 - 18.6j + 26.667 + 45j} = \frac{4296.242e^{(46.261j)^\circ}}{135.771e^{-(38.22j)^\circ}} = 31.643e^{84.481j^\circ} = 3.043 + 31.497j \quad \text{Ом}$$

Визначимо еквівалентний опір кола (Рис.6) :

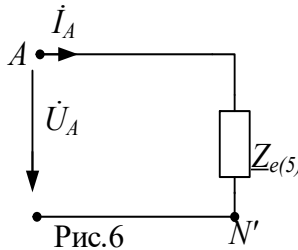


Рис.6

$$Z_{e(5)} = R_L + Z_{H(5)} = 12 + 33.026 + 20.926j = 45.026 + 20.926j = 77.547e^{12.236j^\circ} \quad (\text{Ом})$$

Расчитаєм струми для фази «А» (Рис.4)

$$I_{A(5)} = \frac{U_{A(5)}}{Z_{e(5)}} = \frac{120e^{-(10j)^\circ}}{49.651e^{(24.927j)^\circ}} = 2.417e^{-34.927j^\circ} = 1.982 - 1.384j \quad (\text{А})$$

$$I'_{A(5)} = \frac{I_{A(5)} \cdot Z''(5)}{Z'(5) + Z''(5)} = \frac{2.417e^{-(34.927j)^\circ} \cdot 52.308e^{(59.349j)^\circ}}{80 - 18.6j + 26.667 + 45j} = \frac{126.421e^{(24.422j)^\circ}}{109.885e^{(13.901j)^\circ}} = 1.15e^{10.521j^\circ} = 1.131 + 0.21j \quad \text{А}$$

$$I''_{A(5)} = \frac{I_{A(5)} \cdot Z'(5)}{Z'(5) + Z''(5)} = \frac{2.417e^{-(34.927j)^\circ} \cdot 82.134e^{-(13.089j)^\circ}}{80 - 18.6j + 26.667 + 45j} = \frac{198.506e^{-(48.016j)^\circ}}{109.885e^{(13.901j)^\circ}} = 1.806e^{-61.917j^\circ} = 0.85 - 1.594j \quad \text{А}$$

Розрахуємо струми у фазах В і С з умови симетрії за допомогою фазного множника e^{j120° (виходячи з отриманих значень струмів та напруг фази «А»).

$$I_{B(5)} = I_{A(5)} e^{j120^\circ} = 2.417e^{-(34.927j)^\circ} e^{j120^\circ} = 2.417e^{85.073j^\circ} = 0.208 + 2.408j \quad \text{А};$$

$$I_{C(5)} = I_{A(5)} e^{-j120^\circ} = 2.417e^{-(34.927j)^\circ} e^{-j120^\circ} = 2.417e^{-154.927j^\circ} = -2.189 - 1.024j \quad \text{А};$$

$$I'_{B(5)} = I'_{A(5)} e^{j120^\circ} = 1.15e^{(10.521j)^\circ} e^{j120^\circ} = 1.15e^{130.521j^\circ} = -0.747 + 0.875j \quad \text{А};$$

$$I'_{C(5)} = I'_{A(5)} e^{-j120^\circ} = 1.15e^{(10.521j)^\circ} e^{-j120^\circ} = 1.15e^{-109.479j^\circ} = -0.384 - 1.085j \quad \text{А};$$

$$I''_{B(5)} = I''_{A(5)} e^{j120^\circ} = 1.806e^{-(61.917j)^\circ} e^{j120^\circ} = 1.806e^{58.083j^\circ} = 0.955 + 1.533j \quad \text{А};$$

$$I''_{C(5)} = I''_{A(5)} e^{-j120^\circ} = 1.806e^{-(61.917j)^\circ} e^{-j120^\circ} = 1.806e^{-181.917j^\circ} = -1.805 + 0.06j \quad \text{А};$$

Для визначення струмів у трикутнику визначаємо напругу $U_{A'B'}$ (Рис. 2):

$$\begin{aligned} \dot{U}_{A'B'(5)} &= \dot{I}_{A(5)} Z'_{(5)} - \dot{I}_{B(5)} Z'_{(5)} = (\dot{I}_{A(5)} - \dot{I}_{B(5)}) Z'_{(5)} = [1.131 + 0.21j - (-0.747 + 0.875j)] 82.134 e^{-(13.089j)^\circ} = \\ &= 1.993 e^{-(19.479j)^\circ} 82.134 e^{-(13.089j)^\circ} = 163.667 e^{-32.568j^\circ} = 137.932 - 88.101j \quad (B) \end{aligned}$$

$$\dot{I}''_{A'B'(5)} = \frac{\dot{U}_{A'B'(5)}}{Z_{\Delta(5)}} = \frac{163.667 e^{-(32.568j)^\circ}}{156.924 e^{(59.349j)^\circ}} = 1.043 e^{-91.917j^\circ} = -0.035 - 1.042j \quad A;$$

$$\dot{I}''_{B'C'(5)} = \dot{I}''_{A'B'(5)} e^{j120^\circ} = 1.043 e^{-(91.917j)^\circ} e^{j120^\circ} = 1.043 e^{28.083j^\circ} = 0.92 + 0.491j \quad A;$$

$$\dot{I}''_{C'A'(5)} = \dot{I}''_{A'B'(5)} e^{-j120^\circ} = 1.043 e^{-(91.917j)^\circ} e^{-j120^\circ} = 1.043 e^{-211.917j^\circ} = -0.885 + 0.551j \quad A;$$

Перевірка за балансом потужностей:

Сумарна активна потужність споживачів фази «А»:

$$P_{A(5)} = R_L I_{A(5)}^2 + R I''_{A'B'(5)}^2 + R I'_{A(5)}^2 = 12 \times 2.417^2 + 80 \times 1.043^2 + 80 \times 1.15^2 = 263.006 \quad (Bm)$$

Сумарна реактивна потужність споживачів фази «А»:

$$Q_{A(5)} = X_{L(5)} I''_{A'B'(5)}^2 - X_{C(5)} I'_{A(5)}^2 = 135 \times 1.043^2 - 18.6 \times 1.15^2 = 122.233 \quad (BAr)$$

Сумарна потужність для 3-х фаз у три рази більше і становить $P_{(5)} = 3P_{A(5)} = 3 \times 263.006 = 789.019 \quad (Bm)$,

$$Q_{(5)} = 3Q_{A(5)} = 3 \times 122.233 = 366.7 \quad (BAr).$$

Комплексна потужність фази «А» генератора:

*

$$\dot{S}_{A(5)} = \dot{U}_{A(5)} \dot{I}_{A(5)} = 120 e^{-(10j)^\circ} 2.417 e^{(34.927j)^\circ} = 290.023 e^{24.927j^\circ} = 263.006 + 122.233j \quad (BA);$$

Сумарна комплексна потужність генератора:

$$\dot{S}_{(5)} = 3\dot{S}_{A(5)} = 3(263.006 + 122.233j) = 789.019 + 366.7j \quad (BA).$$

похибки балансу

$$\begin{aligned} \eta_{P=2} &= 2 \left| \frac{\dot{S}_P - P}{\dot{S}_P + P} \right| 100\% = 2 \left| \frac{2325.8013 - 2325.8013}{2325.8013 + 2325.8013} \right| 100\% = 0\% \\ \eta_{Q=2} &= 2 \left| \frac{\dot{S}_Q - Q}{\dot{S}_Q + Q} \right| 100\% = 2 \left| \frac{-220.2189 - -220.2189}{-220.2189 + -220.2189} \right| 100\% = 0\% \end{aligned}$$

Визначаємо покази приладів від дії несинусоїдної ЕРС, враховуючи накладання першої і п'ятої гармонік.

Покази приладів на частоті першої гармоніки

$$A_{A(1)} = A_{B(1)} = A_{C(1)} = I_{A(1)} = 5.889 \text{ A}, \quad A_{1(1)} = I''_{B'C'(1)} = 3.072 \text{ A}, \quad A_{2(1)} = I'_{B(1)} = 1.221 \text{ A}.$$

$$P_{Wa(1)} = 1834.856 \quad (Bm), \quad P_{Wc(1)} = 2036.147 \quad (Bm).$$

Визначаємо покази амперметрів і ватметрів для п'ятої гармоніки:

$$A_{A(5)} = A_{B(5)} = A_{C(5)} = I_{A(5)} = 2.417 \text{ A}, \quad A_{1(5)} = I''_{B'C'(5)} = 1.043 \text{ A}, \quad A_{2(5)} = I'_{B(5)} = 1.15 \text{ A}.$$

*

$$\begin{aligned} P_{Wa(5)} &= \operatorname{Re}(\dot{U}_{AB(5)} \dot{I}_{A(5)}) = \operatorname{Re}[207.846 e^{-(40j)^\circ} 2.417 e^{(34.927j)^\circ}] = \operatorname{Re}(502.334 e^{-5.073j^\circ}) = 502.334 \cos(-5.073^\circ) \\ &= 500.367 \quad (Bm) \end{aligned}$$

*

$$\begin{aligned} P_{Wc(5)} &= \operatorname{Re}(-\dot{U}_{BC(5)} \dot{I}_{C(5)}) = \operatorname{Re}[207.846 e^{-(100j)^\circ} 2.417 e^{(154.927j)^\circ}] = \operatorname{Re}(502.334 e^{54.927j^\circ}) = 502.334 \cos(54.927^\circ) \\ &= 288.652 \quad (Bm) \end{aligned}$$

Активна потужність трифазного кола для п'ятої гармоніки:

$$\Sigma P_{W(5)} = P_{W_a(5)} + P_{W_c(5)} = 500.367 + 288.652 = 789.019(\text{Вт}).$$

Це підтверджує, що сума 2-х вагметрів дорівнює активній потужності трифазного кола.

$$P_{(5)} = 789.019(\text{Вт}).$$

Покази амперметрів та вагметрів від дії несинусоїдної ЕРС:

$$A_A = A_B = A_C = I_A = \sqrt{I_{A(1)}^2 + I_{A(5)}^2} = \sqrt{5.889^2 + 2.417^2} = 6.366 \text{ (A)},$$

$$A_1 = \sqrt{I''_{B'C'(1)}^2 + I''_{B'C'(5)}^2} = \sqrt{3.072^2 + 1.043^2} = 3.244 \text{ (A)},$$

$$A_2 = \sqrt{I'_{B(1)}^2 + I'_{B(5)}^2} = \sqrt{1.221^2 + 1.15^2} = 1.677 \text{ (A)},$$

$$P_{W_a} = P_{W_a(1)} + P_{W_a(5)} = 1834.856 + 500.367 = 2335.223(\text{Вт}).$$

$$P_{W_c} = P_{W_c(1)} + P_{W_c(5)} = 2036.147 + 288.652 = 2324.799(\text{Вт}).$$

$$I''_{A'B'} = \sqrt{I''_{A'B'(1)}^2 + I''_{A'B'(5)}^2} = \sqrt{3.072^2 + 1.043^2} = 3.244 \text{ (A)},$$

$$I'_A = \sqrt{I'_{A(1)}^2 + I'_{A(5)}^2} = \sqrt{1.221^2 + 1.15^2} = 1.677 \text{ (A)}$$

Активна потужність трифазного кола :

$$\Sigma P_W = P_{W_a} + P_{W_c} = 2335.223 + 2324.799 = 4660.022(\text{Вт}).$$

Активна потужність однієї фази:

$$P_A = R_L I_A^2 + R I''_{A'B'}^2 + R I'_A{}^2 = 12 \times 6.366^2 + 80 \times 3.244^2 + 80 \times 1.677^2 = 1553.341 \text{ (Вт)}$$

Для трьох фаз:

$$P = 3P_A = 3 \times 1553.341 = 4660.022 \text{ (Вт)}$$

Баланс активної потужності зійшовся з прийнятною точністю.