

$E = 50$	В
$R_1 = 15$	Ом
$R_2 = 10$	Ом
$R_3 = 10$	Ом
$L_1 = 31.8 \cdot 10^{-3}$	Гн
$L_3 = 95 \cdot 10^{-3}$	Гн
$C_2 = 159 \cdot 10^{-6}$	Гн
$f = 50$	Гц

### 1. Розрахуємо параметри реактивних елементів кола

$$X_{L1} = j \cdot 2\pi \cdot f \cdot L_1 = j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 31.8 \cdot 10^{-3} = 9.99j \quad \text{Ом}$$

$$X_{L3} = j \cdot 2\pi \cdot f \cdot L_3 = j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 95 \cdot 10^{-3} = 29.845j \quad \text{Ом}$$

$$X_{C2} = \frac{1}{j \cdot 2\pi \cdot f \cdot C_2} = \frac{1}{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 159 \cdot 10^{-6}} = -20.019j \quad \text{Ом}$$

### Опори віток кола

$Z_1 = R_1 + X_{L1} = 15 + 9.99j$	Ом	$ Z_1  = 18.022$	Ом	$\angle(Z_1) = 33.664$
$Z_2 = R_2 + X_{C2} = 10 - 20.019j$	Ом	$ Z_2  = 22.378$	Ом	$\angle(Z_2) = -63.457$
$Z_3 = R_3 + X_{L3} = 10 + 29.845j$	Ом	$ Z_3  = 31.476$	Ом	$\angle(Z_3) = 71.476$

### Вхідний опір кола

$$Z = Z_1 + \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3} = 15 + 9.99j + \frac{(10 + 29.845j) \cdot (10 - 20.019j)}{10 - 20.019j + 10 + 29.845j} = 45.038 + 0.146j \quad \text{Ом}$$

$$|Z| = 45.038 \quad \text{Ом} \quad \angle(Z) = 0.186$$

### Вхідний струм кола

$$I_1 = \frac{E}{Z} = \frac{50}{45.038 + 0.146j} = 1.11 - 3.599j \times 10^{-3} \quad \text{А} \quad |I_1| = 1.11 \quad \text{А} \quad \angle(I_1) = -0.186$$

### Напруги на ділянках кола

$$U_1 = I_1 \cdot Z_1 = 16.688 + 11.037j \quad \text{В} \quad |U_1| = 20.008 \quad \text{В} \quad \angle(U_1) = 33.479$$

$$U_{23} = I_1 \cdot \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3} = 33.312 - 11.037j \quad \text{В} \quad |U_{23}| = 35.092 \quad \text{В} \quad \angle(U_{23}) = -18.331$$

Струми розгалуженої частини кола

$$I_2 = \frac{U_{23}}{Z_2} = \frac{33.312 - 11.037j}{10 - 20.019j} = 1.106 + 1.111j \quad \text{A} \quad |I_2| = 1.568 \quad \text{A} \quad \angle(I_2) = 45.126$$

$$I_3 = \frac{U_{23}}{Z_3} = \frac{33.312 - 11.037j}{10 + 29.845j} = 3.754 \times 10^{-3} - 1.115j \quad \text{A} \quad |I_3| = 1.115 \quad \text{A} \quad \angle(I_3) = -89.807$$

Напруги на окремих елементах кола

$$U_{L1} = I_1 \cdot X_{L1} = (1.11 - 3.599j \times 10^{-3}) \cdot 9.99j = 0.036 + 11.091j \quad \text{B} \quad |U_{L1}| = 11.091 \quad \text{B} \quad \angle(U_{L1}) = 89.814$$

$$U_{R1} = I_1 \cdot R_1 = (1.11 - 3.599j \times 10^{-3}) \cdot 15 = 16.652 - 0.054j \quad \text{B} \quad |U_{R1}| = 16.653 \quad \text{B} \quad \angle(U_{R1}) = -0.186$$

$$U_{R2} = I_2 \cdot R_2 = (1.106 + 1.111j) \cdot 10 = 11.064 + 11.113j \quad \text{B} \quad |U_{R2}| = 15.682 \quad \text{B} \quad \angle(U_{R2}) = 45.126$$

$$U_{C2} = I_2 \cdot X_{C2} = (1.106 + 1.111j) \cdot -20.019j = 22.247 - 22.15j \quad \text{B} \quad |U_{C2}| = 31.394 \quad \text{B} \quad \angle(U_{C2}) = -44.874$$

$$U_{R3} = I_3 \cdot R_3 = (3.754 \times 10^{-3} - 1.115j) \cdot 10 = 0.038 - 11.149j \quad \text{B} \quad |U_{R3}| = 11.149 \quad \text{B} \quad \angle(U_{R3}) = -89.807$$

$$U_{L3} = I_3 \cdot X_{L3} = (3.754 \times 10^{-3} - 1.115j) \cdot 29.845j = 33.274 + 0.112j \quad \text{B} \quad |U_{L3}| = 33.274 \quad \text{B} \quad \angle(U_{L3}) = 0.193$$

2. Складемо рівняння енергетичного балансу кола

$$E \cdot I^*_1 = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + j \cdot (I_1^2 \cdot X_{L1} - I_2^2 \cdot X_{C2} + I_3^2 \cdot X_{L3})$$

Перевіримо виконання балансу потужностей

Повна потужність джерела

$$S = E \cdot I^*_1 = 50 \cdot (1.11 + 3.599j \times 10^{-3}) = 55.508 + 0.18j \quad \text{ВА}$$

$$|S| = 55.509 \quad \text{ВА} \quad \angle(S) = 0.186$$

Активна потужність резисторів

$$P = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 = 1.11^2 \cdot 15 + 1.568^2 \cdot 10 + 1.115^2 \cdot 10 = 55.508 \quad \text{Вт}$$

Реактивна потужність котушок та конденсаторів

$$Q = I_1^2 \cdot X_{L1} + I_2^2 \cdot X_{C2} + I_3^2 \cdot X_{L3} = 1.11^2 \cdot 9.99j + 1.568^2 \cdot -20.019j + 1.115^2 \cdot 29.845j = 0.18j \quad \text{Вт}$$

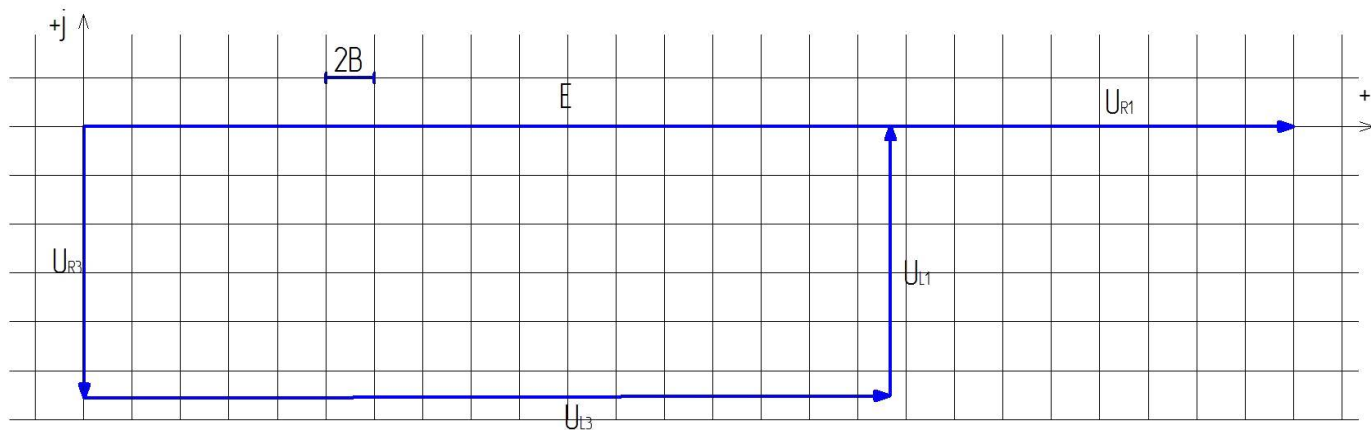
Баланс виконується

3. Визначимо покази вольтметра та ватметра

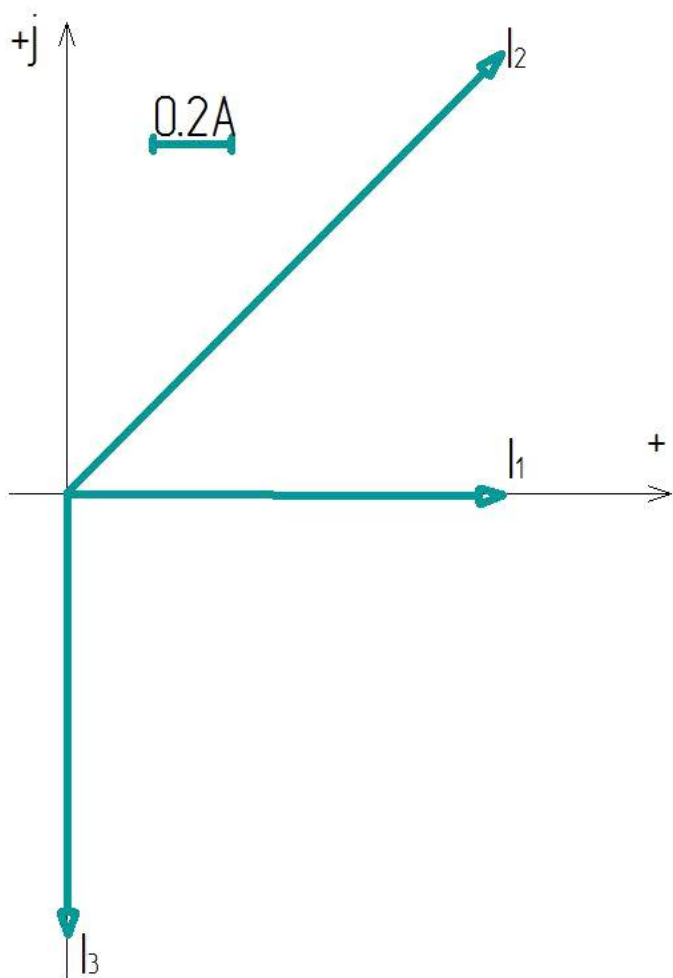
$$U_V = |U_{L3} - U_{R2}| = |33.274 + 0.112j - (11.064 + 11.113j)| = 24.785 \quad \text{В}$$

$$P_W = \text{Re}(\bar{I}_1 \cdot E) = \text{Re}\left(\overline{1.11 - 3.599j \times 10^{-3}} \cdot 50\right) = 55.508 \quad \text{Вт}$$

4. Побудуємо потенційну діаграму зовнішнього контуру скориставшись визначеними вище значеннями напруг на елементах кола



Побудуємо векторну діаграму кола



## 5. Розглянемо різні варіанти резонансів

Між третьою та другою вітками можливий резонанс струмів. При резонансі струмів

$$b_2 + b_3 = 0$$

$$\frac{2\pi \cdot f_{p2} \cdot L_3}{(2\pi \cdot f_{p2} \cdot L_3)^2 + R_3^2} + \frac{-\frac{1}{2\pi \cdot f_{p2} \cdot C_2}}{\frac{1}{(2\pi \cdot f_{p2} \cdot C_2)^2} + R_2^2} = 0$$

Знайдемо резонансну частоту

$$2\pi \cdot f_{p2} \cdot L_3 \cdot \left[ \frac{1}{(2\pi \cdot f_{p2} \cdot C_2)^2} + R_2^2 \right] + \frac{1}{2\pi \cdot f_{p2} \cdot C_2} \cdot \left[ (2\pi \cdot f_{p2} \cdot L_3)^2 + R_3^2 \right] = 0$$

$$\frac{1}{(2\pi \cdot f_{p2} \cdot C_2)^2} \cdot 2\pi \cdot f_{p2} \cdot L_3 + R_2^2 \cdot 2\pi \cdot f_{p2} \cdot L_3 - \frac{1}{2\pi \cdot f_{p2} \cdot C_2} \cdot (2\pi \cdot f_{p2} \cdot L_3)^2 - \frac{1}{2\pi \cdot f_{p2} \cdot C_2} \cdot R_3^2 = 0$$

$$2\pi \cdot f_{p2} \cdot L_3 + R_2^2 \cdot 2\pi \cdot f_{p2} \cdot L_3 \cdot (2\pi \cdot f_{p2} \cdot C_2)^2 - 2\pi \cdot f_{p2} \cdot C_2 \cdot (2\pi \cdot f_{p2} \cdot L_3)^2 - 2\pi \cdot f_{p2} \cdot C_2 \cdot R_3^2 = 0$$

$$L_3 + R_2^2 \cdot L_3 \cdot (2\pi \cdot f_{p2} \cdot C_2)^2 - C_2 \cdot (2\pi \cdot f_{p2} \cdot L_3)^2 - C_2 \cdot R_3^2 = 0$$

$$L_3 + f_{p2}^2 \cdot R_2^2 \cdot L_3 \cdot (2\pi \cdot C_2)^2 - f_{p2}^2 \cdot C_2 \cdot (2\pi \cdot L_3)^2 - C_2 \cdot R_3^2 = 0$$

$$f_{p2} = \sqrt{\frac{L_3 - C_2 \cdot R_3^2}{R_2^2 \cdot L_3 \cdot (2\pi \cdot C_2)^2 - C_2 \cdot (2\pi \cdot L_3)^2}} = \sqrt{\frac{95 \cdot 10^{-3} - 159 \cdot 10^{-6} \cdot 10^2}{10^2 \cdot 95 \cdot 10^{-3} \cdot (2 \cdot \pi \cdot 159 \cdot 10^{-6})^2 - 159 \cdot 10^{-6} \cdot (2 \cdot \pi \cdot 95 \cdot 10^{-3})^2}} = 40.951 \text{ j} \quad \text{Гц}$$

Отримане значення є уявним тому резонанс є практично недосяжним

## 6. Коефіцієнт потужності схеми

$$\cos = \frac{P_W}{|S|} = \frac{55.508}{|55.508 + 0.18j|} = 1$$

Схема має ємнісний характер. Для підвищення коефіцієнта потужності необхідно додати до кола у нерозгодуженій частині котушку індуктивності з реактивним опором що дорівнює

$$X_L = -\text{Im}(Z) = -0.146 \quad \text{Ом}$$