

$R_1 = 20$	Ом
$R_2 = 20$	Ом
$X_{L1} = 30j$	Ом
$X_{L2} = 30j$	Ом
$X_{C1} = -40j$	Ом
$X_{C2} = -50j$	Ом

$$e_1(t) = 141 \cdot \sin(\omega \cdot t - 210 \text{deg})$$

$$e_2(t) = 282 \cdot \cos(\omega \cdot t - 40 \text{deg})$$

$$e_3(t) = 100 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

### Решение

Запишем значения ЭДС в комплексной форме

$$E_1 = \frac{141}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j \cdot 210 \text{deg}} = -86.345 + 49.851j \quad \text{В}$$

$$E_2 = \frac{282}{\sqrt{2}} \cdot e^{j \cdot (90-40) \text{deg}} = 128.174 + 152.752j \quad \text{В}$$

$$E_3 = 100 \cdot e^{j \cdot (90+0) \text{deg}} = 100j \quad \text{В}$$

Составим систему уравнений по законам Кирхгоффа. Токов 5, узлов 3, уравнений по первому закону Кирхгоффа  $3-1=2$ , уравнений по второму закону Кирхгоффа  $5-2=3$

$$I_1 + I_4 - I_5 = 0$$

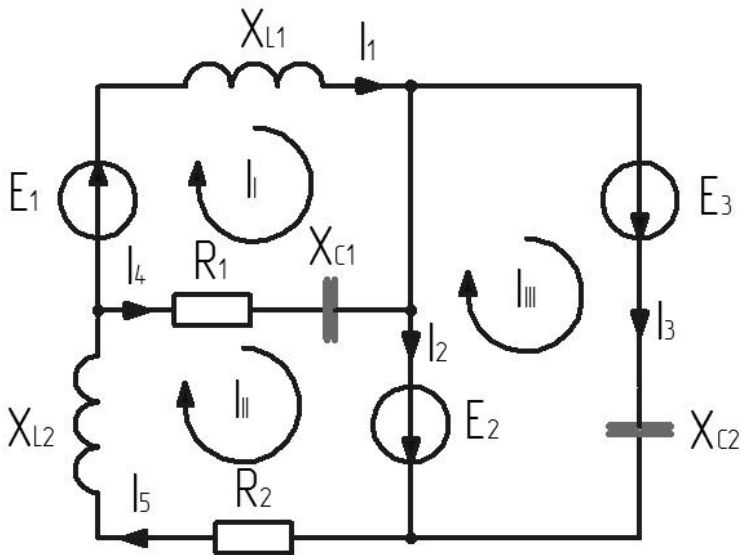
$$I_2 + I_3 - I_5 = 0$$

$$I_1 \cdot X_{L1} - I_4 \cdot (R_1 + X_{C1}) = E_1$$

$$I_4 \cdot (R_1 + X_{C1}) + I_2 \cdot (R_2 + X_{L2}) = E_2$$

$$I_3 \cdot X_{C2} = E_3 - E_2$$

Рассчитаем токи ветвей методом контурных токов



$$I_I(X_{L1} + R_1 + X_{C1}) - I_{II}(R_1 + X_{C1}) = E_1$$

$$-I_I(R_1 + X_{C1}) + I_{II}(R_1 + X_{C1} + R_2 + X_{L2}) = E_2$$

$$I_{III} \cdot X_{C2} = E_3 - E_2$$

Решим систему методом подстановок

$$I_{III} = \frac{E_3 - E_2}{X_{C2}} = \frac{100j - (128.174 + 152.752j)}{-50j} = 1.055 - 2.563j \quad \text{A}$$

$$|I_{III}| = 2.772 \quad \text{A} \quad \angle(I_{III}) = -67.63$$

$$I_I = \frac{E_1}{X_{L1} + R_1 + X_{C1}} + I_{II} \frac{R_1 + X_{C1}}{X_{L1} + R_1 + X_{C1}}$$

$$-\left( \frac{E_1}{X_{L1} + R_1 + X_{C1}} + I_{II} \frac{R_1 + X_{C1}}{X_{L1} + R_1 + X_{C1}} \right) \cdot (R_1 + X_{C1}) + I_{II}(R_1 + X_{C1} + R_2 + X_{L2}) = E_2$$

$$\frac{E_1 \cdot (R_1 + X_{C1})}{X_{L1} + R_1 + X_{C1}} - I_{II} \frac{(R_1 + X_{C1}) \cdot (R_1 + X_{C1})}{X_{L1} + R_1 + X_{C1}} + I_{II}(R_1 + X_{C1} + R_2 + X_{L2}) = E_2$$

$$I_{II} = \frac{E_2 + \frac{E_1 \cdot (R_1 + X_{C1})}{X_{L1} + R_1 + X_{C1}}}{R_1 + X_{C1} + R_2 + X_{L2} - \frac{(R_1 + X_{C1}) \cdot (R_1 + X_{C1})}{X_{L1} + R_1 + X_{C1}}} = \frac{128.174 + 152.752j + \frac{(-86.345 + 49.851j) \cdot (20 + -40j)}{20 + 30j + -40j}}{20 + -40j + 20 + 30j - \frac{(20 + -40j) \cdot (20 + -40j)}{20 + 30j + -40j}} = 3.146$$

$$I_{II} = 3.146 + 1.62j \quad \text{A} \quad |I_{II}| = 3.539 \quad \text{A} \quad \angle(I_{II}) = 27.241$$

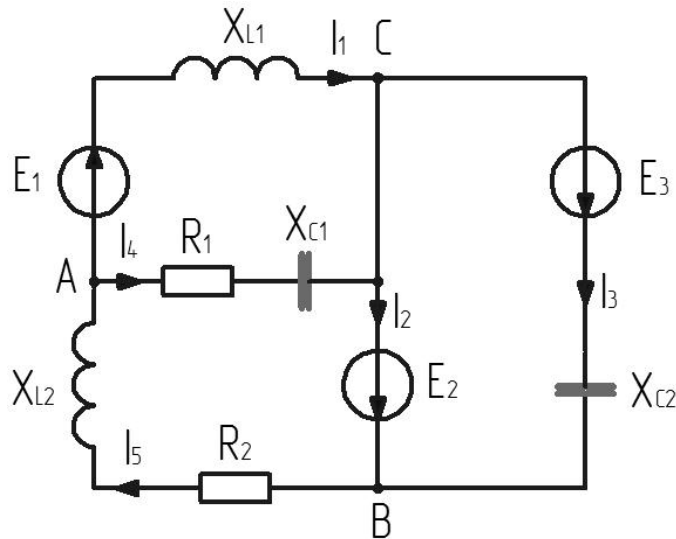
$$I_1 = \frac{E_1}{X_{L1} + R_1 + X_{C1}} + I_{II} \cdot \frac{R_1 + X_{C1}}{X_{L1} + R_1 + X_{C1}} = \frac{-86.345 + 49.851j}{20 + 30j + -40j} + (3.146 + 1.62j) \cdot \frac{20 + -40j}{20 + 30j + -40j} = 2.527 - 0.917j$$

$$|I_1| = 2.688 \quad A \quad \angle(I_1) = -19.936$$

Токи ветвей цепи

$I_1 = I_1 = 2.527 - 0.917j$	A	$ I_1  = 2.688$	A	$\angle(I_1) = -19.936$
$I_2 = I_{II} - I_{III} = 3.146 + 1.62j - (1.055 - 2.563j) = 2.091 + 4.183j$	A	$ I_2  = 4.677$	A	$\angle(I_2) = 63.439$
$I_3 = I_{III} = 1.055 - 2.563j$	A	$ I_3  = 2.772$	A	$\angle(I_3) = -67.63$
$I_4 = I_{II} - I_1 = 3.146 + 1.62j - (2.527 - 0.917j) = 0.619 + 2.537j$	A	$ I_4  = 2.611$	A	$\angle(I_4) = 76.283$
$I_5 = I_{II} = 3.146 + 1.62j$	A	$ I_5  = 3.539$	A	$\angle(I_5) = 27.241$

Рассчитаем токи ветвей методом узловых потенциалов



Принимаем  $\varphi_C = 0$  В

Тогда  $\varphi_B = E_2 = 128.174 + 152.752j$  В

Остается только один узел. Составим для него уравнение и рассчитаем значение

$$\varphi_A \cdot \left( \frac{1}{X_{L1}} + \frac{1}{R_1 + X_{C1}} + \frac{1}{R_2 + X_{L2}} \right) - \varphi_B \cdot \frac{1}{R_2 + X_{L2}} = \frac{-E_1}{X_{L1}}$$

$$\varphi_A = \frac{\frac{-E_1}{X_{L1}} + \varphi_B \cdot \frac{1}{R_2 + X_{L2}}}{\frac{1}{X_{L1}} + \frac{1}{R_1 + X_{C1}} + \frac{1}{R_2 + X_{L2}}} = \frac{\frac{-(-86.345 + 49.851j)}{30j} + (128.174 + 152.752j) \cdot \frac{1}{20 + 30j}}{\frac{1}{30j} + \frac{1}{20 + -40j} + \frac{1}{20 + 30j}} = 113.844 + 25.965j \text{ В}$$

Токи ветвей цепи

$$I_1 = \frac{\varphi_A - \varphi_C + E_1}{X_{L1}} = \frac{113.844 + 25.965j - 0 + -86.345 + 49.851j}{30j} = 2.527 - 0.917j \quad \text{A}$$

$$|I_1| = 2.688 \quad \text{A} \quad \angle(I_1) = -19.936$$

$$I_3 = \frac{\varphi_C - \varphi_B + E_3}{X_{C2}} = \frac{0 - (128.174 + 152.752j) + 100j}{-50j} = 1.055 - 2.563j \quad \text{A}$$

$$|I_3| = 2.772 \quad \text{A} \quad \angle(I_3) = -67.63$$

$$I_4 = \frac{\varphi_A - \varphi_C}{X_{C1} + R_1} = \frac{113.844 + 25.965j - 0}{-40j + 20} = 0.619 + 2.537j \quad \text{A}$$

$$|I_4| = 2.611 \quad \text{A} \quad \angle(I_4) = 76.283$$

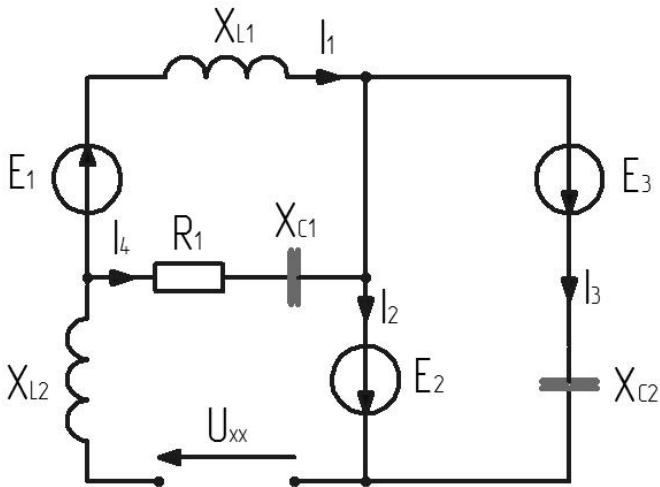
$$I_5 = \frac{\varphi_B - \varphi_A}{X_{L2} + R_2} = \frac{128.174 + 152.752j - (113.844 + 25.965j)}{20 + 30j} = 3.146 + 1.62j \quad \text{A}$$

$$|I_5| = 3.539 \quad \text{A} \quad \angle(I_5) = 27.241$$

$$I_2 = I_5 - I_3 = 3.146 + 1.62j - (1.055 - 2.563j) = 2.091 + 4.183j \quad \text{A}$$

$$|I_2| = 4.677 \quad \text{A} \quad \angle(I_2) = 63.439$$

Рассчитаем ток четвертой ветви методом эквивалентного генератора

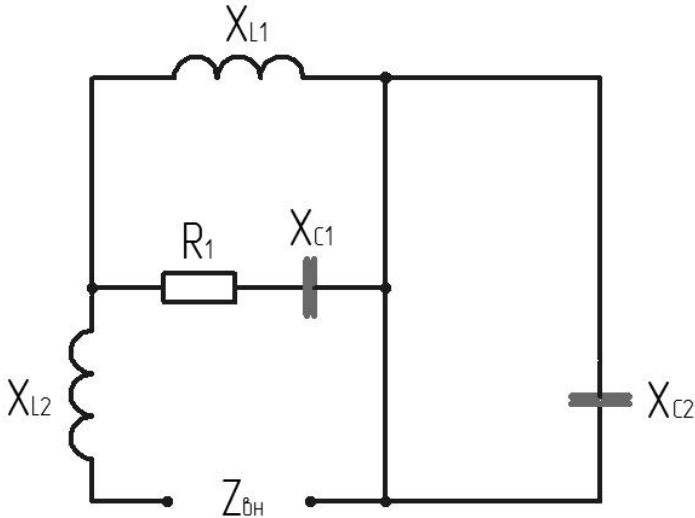


Напряжение холостого хода эквивалентного генератора

$$I_4' = \frac{-E_1}{R_1 + X_{C1} + X_{L1}} = \frac{-(-86.345 + 49.851j)}{20 + -40j + 30j} = 4.451 - 0.267j \quad \text{A}$$

$$U_{xx} = E_2 - I_4' \cdot (R_1 + X_{C1}) = 128.174 + 152.752j - (4.451 - 0.267j) \cdot (20 + -40j) = 49.845 + 336.127j \quad \text{B}$$

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора



$$Z_{вн} = X_{L2} + \frac{X_{L1} \cdot (R_1 + X_{C1})}{X_{L1} + R_1 + X_{C1}} = 30j + \frac{30j \cdot (20 + -40j)}{20 + 30j + -40j} = 36 + 78j \quad \text{Ом}$$

Искомый ток

$$I_5 = \frac{U_{xx}}{Z_{вн} + R_2} = \frac{49.845 + 336.127j}{36 + 78j + 20} = 3.146 + 1.62j \quad \text{A}$$

$$|I_5| = 3.539 \quad \text{A} \quad \angle(I_5) = 27.241$$

Результат метода эквивалентного генератора совпал с результатами предыдущих методов

Рассчитаем баланс мощностей. Полная мощность источников

$$S_1 = I_1^* \cdot E_1 = (-86.345 + 49.851j) \cdot (2.527 + 0.917j) = -263.905 + 46.835j \quad \text{ВА}$$

$$S_2 = I_2^* \cdot E_2 = (128.174 + 152.752j) \cdot (2.091 - 4.183j) = 907.069 - 216.751j \quad \text{ВА}$$

$$S_3 = I_3^* \cdot E_3 = (100j) \cdot (1.055 + 2.563j) = -256.349 + 105.505j \quad \text{ВА}$$

$$S_H = S_1 + S_2 + S_3 = -263.905 + 46.835j + 907.069 - 216.751j - 256.349 + 105.505j = 386.815 - 64.411j \quad \text{ВА}$$

Активная мощность нагрузки

$$P = I_4^2 \cdot R_1 + I_5^2 \cdot R_2 = 2.611^2 \cdot 20 + 3.539^2 \cdot 20 = 386.815 \quad \text{Вт}$$

Реактивная мощность нагрузки

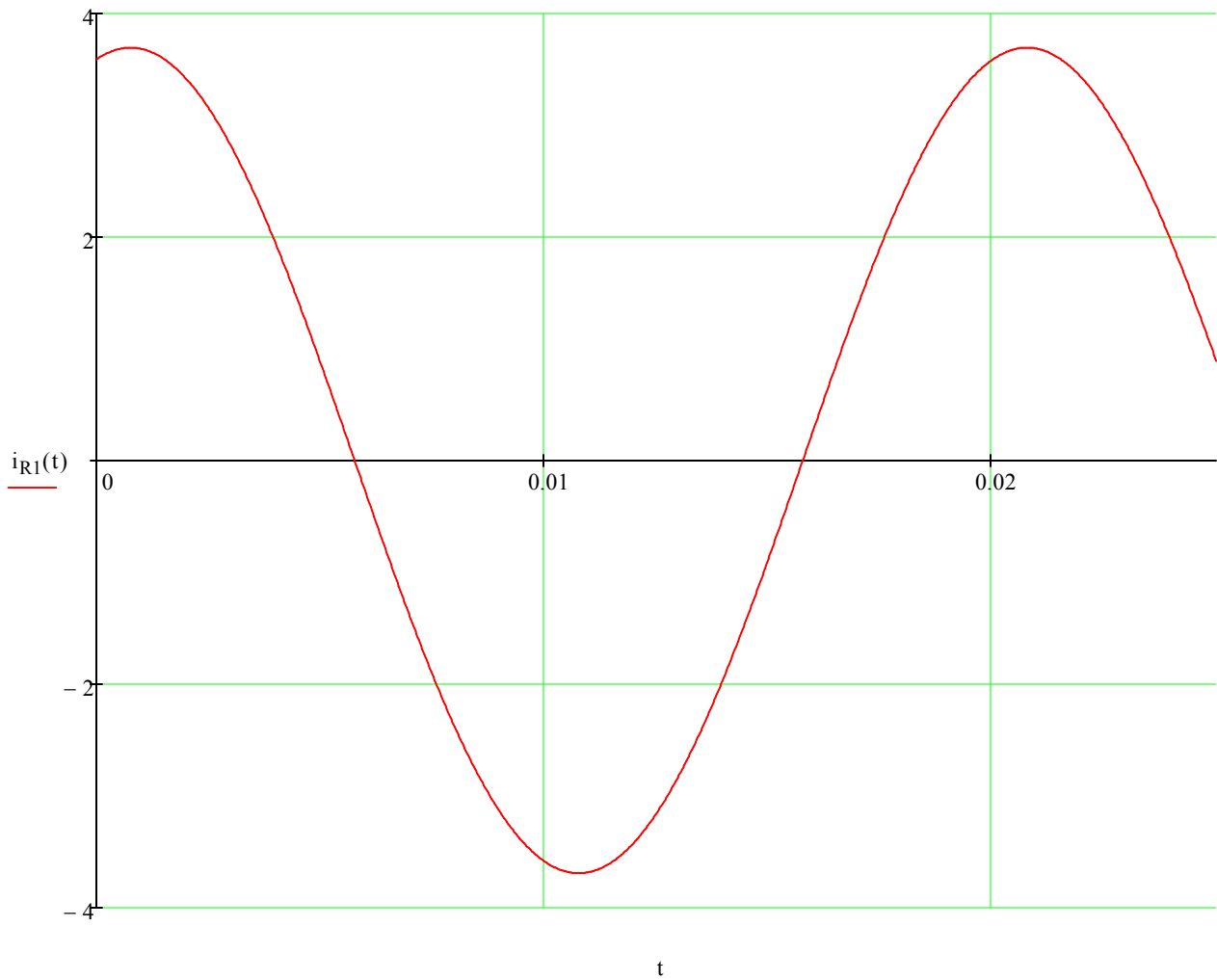
$$Q = I_1^2 \cdot X_{L1} + I_3^2 \cdot X_{C2} + I_4^2 \cdot X_{C1} + I_5^2 \cdot X_{L2} = 2.688^2 \cdot 30j + 2.772^2 \cdot -5 \text{ Вт} + 2.611^2 \cdot -40j + 3.539^2 \cdot 30j = -64.411j \quad \text{вар}$$

Баланс мощностей выполняется

Построим график тока  $i_{R1}(t)$

$$i_{R1}(t) = i_4(t)$$

$$i_{R1}(t) = \sqrt{2} \cdot |I_4| \cdot \sin(314t + \arg(I_4)) = 2.611 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(314 \cdot t + 1.331) \quad \text{А}$$



Построим топографическую диаграмму для внешнего контура схемы

$$U_{L1} = I_1 \cdot X_{L1} = (2.527 - 0.917j) \cdot 30j = 27.5 + 75.816j \quad \text{В}$$

$$|U_{L1}| = 80.649 \quad \text{В} \quad \angle(U_{L1}) = 70.064$$

$$U_{C2} = I_3 \cdot X_{C2} = (1.055 - 2.563j) \cdot -50j = -128.174 - 52.752j \quad \text{В}$$

$$|U_{C2}| = 138.606 \quad \text{В} \quad \angle(U_{C2}) = -157.63$$

$$U_{R2} = I_5 \cdot R_2 = (3.146 + 1.62j) \cdot 20 = 62.927 + 32.398j \quad \text{В}$$

$$|U_{R2}| = 70.777 \quad \text{В} \quad \angle(U_{R2}) = 27.241$$

$$U_{L2} = I_5 \cdot X_{L2} = (3.146 + 1.62j) \cdot 30j = -48.596 + 94.39j \quad \text{В}$$

$$|U_{L2}| = 106.165 \quad \text{В} \quad \angle(U_{L2}) = 117.241$$

