

$$R_3 = 100 \quad \text{Ом}$$

$$L_1 = 1600 \cdot 10^{-3} \quad \text{Гн}$$

$$L_2 = 250 \cdot 10^{-3} \quad \text{Гн}$$

$$C_1 = 5.3 \cdot 10^{-6} \quad \text{Ф}$$

$$C_2 = 66 \cdot 10^{-6} \quad \text{Ф}$$

$$f = 50 \quad \text{Гц}$$

$$e''_1(t) = 141 \cdot \sin(2\pi f \cdot t)$$

$$e'_3(t) = 141 \cdot \cos(2\pi f \cdot t)$$

Решение

Комплексные параметры цепи

$$X_{L1} = j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1 = j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 1.6 \times 10^3 \cdot 10^{-3} = 502.655j \quad \text{Ом}$$

$$X_{L2} = j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_2 = j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 250 \cdot 10^{-3} = 78.54j \quad \text{Ом}$$

$$X_{C1} = \frac{1}{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_1} = \frac{1}{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 5.3 \cdot 10^{-6}} = -600.585j \quad \text{Ом}$$

$$X_{C2} = \frac{1}{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_2} = \frac{1}{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 66 \cdot 10^{-6}} = -48.229j \quad \text{Ом}$$

$$E''_1 = \frac{141}{\sqrt{2}} = 99.702 \quad \text{В}$$

$$E'_3 = \frac{141}{\sqrt{2}} \cdot e^{j \cdot \frac{\pi}{2}} = 99.702j \quad \text{В}$$

1. Запишем на основании законов Кирхгофа систему уравнений

а) в дифференциальной форме

$$i_1 - i_2 + i_3 = 0$$

$$L_1 \cdot \frac{d}{dt} i_1 + \frac{1}{C_1} \int i_1 dt + L_2 \cdot \frac{d}{dt} i_2 + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt = e''_1$$

$$L_2 \cdot \frac{d}{dt} i_2 + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt + i_3 \cdot R_3 = e'_3$$

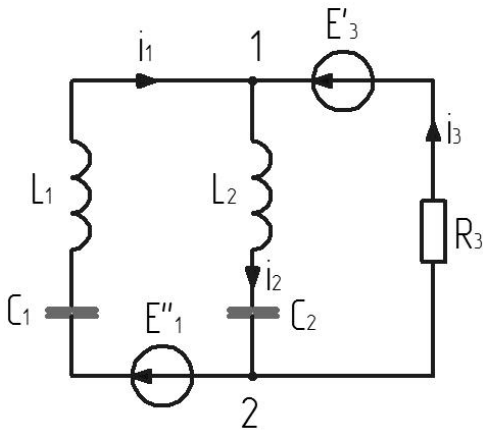
б) в символической форме

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

$$(X_{L1} + X_{C1}) \cdot I_1 + (X_{L2} + X_{C2}) \cdot I_2 = E''_1$$

$$(X_{L2} + X_{C2}) \cdot I_2 + I_3 \cdot R_3 = E'_3$$

2. Рассчитаем токи ветвей воспользовавшись методом двух узлов



$$U_1 = \frac{\frac{E''_1}{X_{L1} + X_{C1}} + \frac{E'_3}{R_3}}{\frac{1}{X_{L1} + X_{C1}} + \frac{1}{X_{L2} + X_{C2}} + \frac{1}{R_3}} = \frac{\frac{99.702}{502.655j + -600.585j} + \frac{99.702j}{100}}{\frac{1}{502.655j + -600.585j} + \frac{1}{78.54j + -48.229j} + \frac{1}{100}} = -74.168 + 32.558j \quad \text{В}$$

$$|U_1| = 80.999 \quad \text{В} \quad \angle(U_1) = 156.299$$

Токи ветвей цепи

$$I_1 = \frac{E''_1 - U_1}{X_{L1} + X_{C1}} = \frac{99.702 - (-74.168 + 32.558j)}{502.655j + -600.585j} = 0.332 + 1.775j \quad \text{А}$$

$$|I_1| = 1.806 \quad \text{А} \quad \angle(I_1) = 79.394$$

$$I_2 = \frac{U_1}{X_{L2} + X_{C2}} = \frac{-74.168 + 32.558j}{78.54j + -48.229j} = 1.074 + 2.447j \quad \text{А} \quad |I_2| = 2.672 \quad \text{А} \quad \angle(I_2) = 66.299$$

$$I_3 = \frac{E'_3 - U_1}{R_3} = \frac{99.702j - (-74.168 + 32.558j)}{100} = 0.742 + 0.671j \quad \text{А}$$

$$|I_3| = 1 \quad \text{А} \quad \angle(I_3) = 42.154$$

Напряжения на элементах цепи

$$U_{C1} = I_1 \cdot X_{C1} = (0.332 + 1.775j) \cdot -600.585j = 1.066 \times 10^3 - 199.675j \quad \text{В}$$

$$|U_{C1}| = 1.085 \times 10^3 \quad \text{В} \quad \angle(U_{C1}) = -10.606$$

$$U_{L1} = I_1 \cdot X_{L1} = (0.332 + 1.775j) \cdot 502.655j = -892.44 + 167.116j \quad \text{В}$$

$$|U_{L1}| = 907.952 \quad \text{В} \quad \angle(U_{L1}) = 169.394$$

$$U_{C2} = I_2 \cdot X_{C2} = (1.074 + 2.447j) \cdot -48.229j = 118.01 - 51.805j \quad \text{В} \quad |U_{C2}| = 128.88 \quad \text{В} \quad \angle(U_{C2}) = -23.701$$

$$U_{L2} = I_2 \cdot X_{L2} = (1.074 + 2.447j) \cdot 78.54j = -192.178 + 84.363j \quad \text{В} \quad |U_{L2}| = 209.88 \quad \text{В} \quad \angle(U_{L2}) = 156.299$$

$$U_{R3} = I_3 \cdot R_3 = (0.742 + 0.671j) \cdot 100 = 74.168 + 67.144j \quad \text{В} \quad |U_{R3}| = 100.046 \quad \text{В} \quad \angle(U_{R3}) = 42.154$$

### 3. Определим показание ваттметра

а) с помощью комплексных токов и напряжений

$$I_W = -I_1 = -0.332 - 1.775j \quad \text{А}$$

$$U_W = U_1 = -74.168 + 32.558j \quad \text{В}$$

$$P_W = \operatorname{Re}(I_W^* \cdot U_W) = \operatorname{Re}[(-0.332 + 1.775j) \cdot (-74.168 + 32.558j)] = -33.148 \quad \text{Вт}$$

б) по векторной диаграмме

$$I_W = |I_W| = 1.806 \quad \text{А}$$

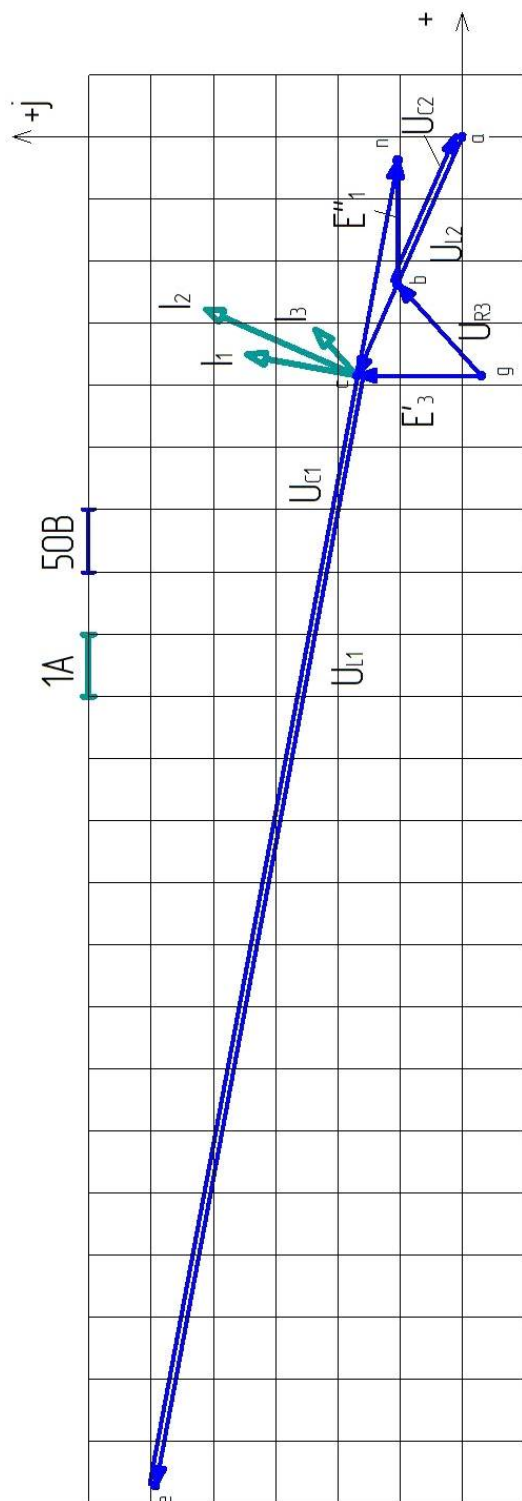
$$U_W = |U_W| = 80.999 \quad \text{В}$$

$$\varphi = \arg(I_W) - \arg(U_W) = -4.484$$

$$P_W = I_W \cdot U_W \cdot \cos(\varphi) = 1.806 \cdot 80.999 \cdot \cos(-4.484) = -33.148 \quad \text{Вт}$$

Результаты совпали

4. Построим потенциальную диаграмму цепи совмещенную с векторной диаграммой токов



5. Построим круговую диаграмму для тока протекающего через  $X_{C2}$

Для этого рассчитаем ток ветви при  $X'_{C2} = 0$

$$U'_1 = \frac{\frac{E''_1}{X_{L1} + X_{C1}} + \frac{E'_3}{R_3}}{\frac{1}{X_{L1} + X_{C1}} + \frac{1}{X_{L2}} + \frac{1}{R_3}} = \frac{\frac{99.702}{502.655j + -600.585j} + \frac{99.702j}{100}}{\frac{1}{502.655j + -600.585j} + \frac{1}{78.54j} + \frac{1}{100}} = -47.766 + 189.47j \quad \text{В}$$

$$|U'_1| = 195.398 \quad \text{В} \quad \angle(U'_1) = 104.149$$

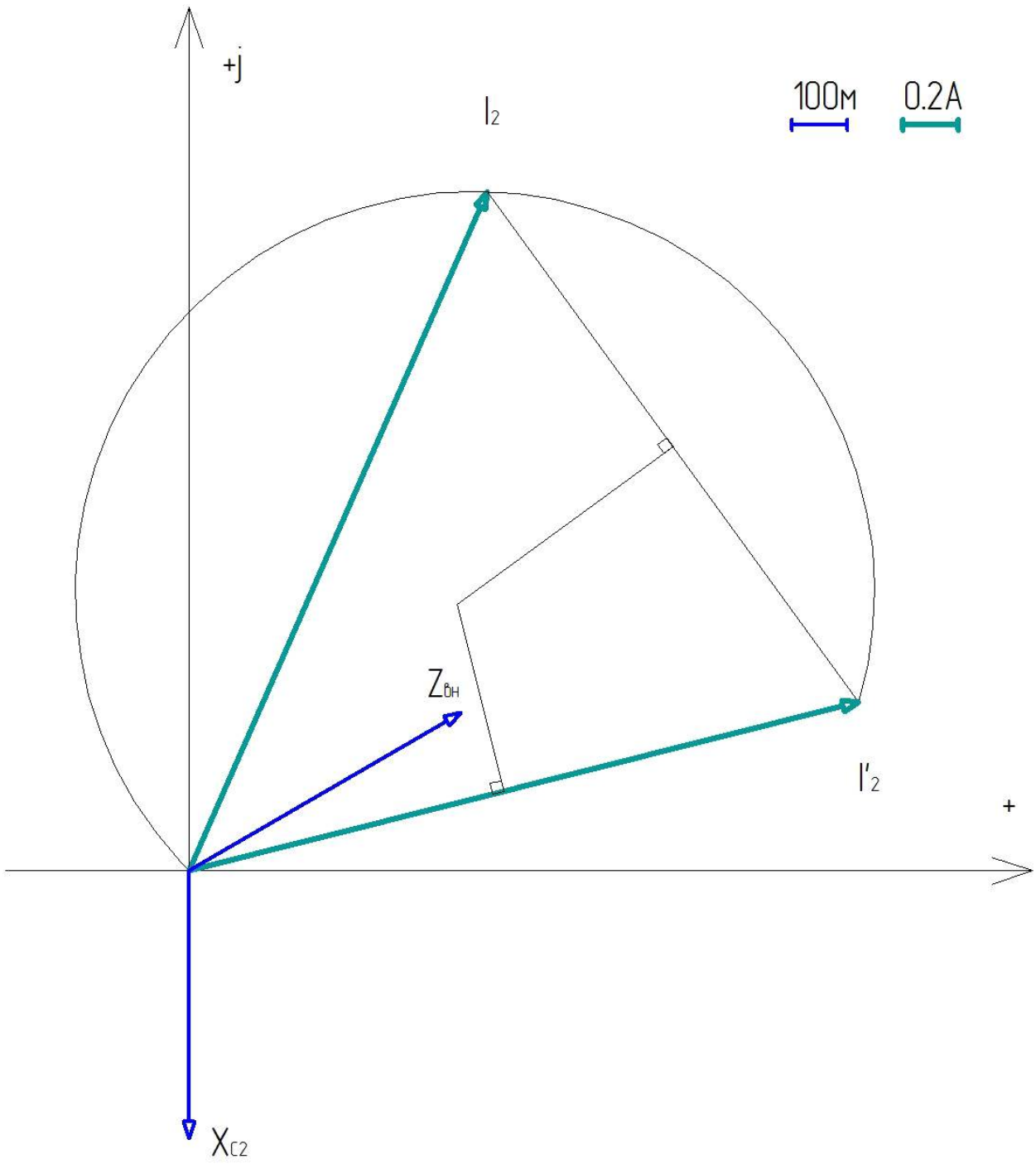
Ток второй ветви

$$I'_2 = \frac{U'_1}{X_{L2}} = \frac{-47.766 + 189.47j}{78.54j} = 2.412 + 0.608j \quad \text{А} \quad |I'_2| = 2.488 \quad \text{А} \quad \angle(I'_2) = 14.149$$

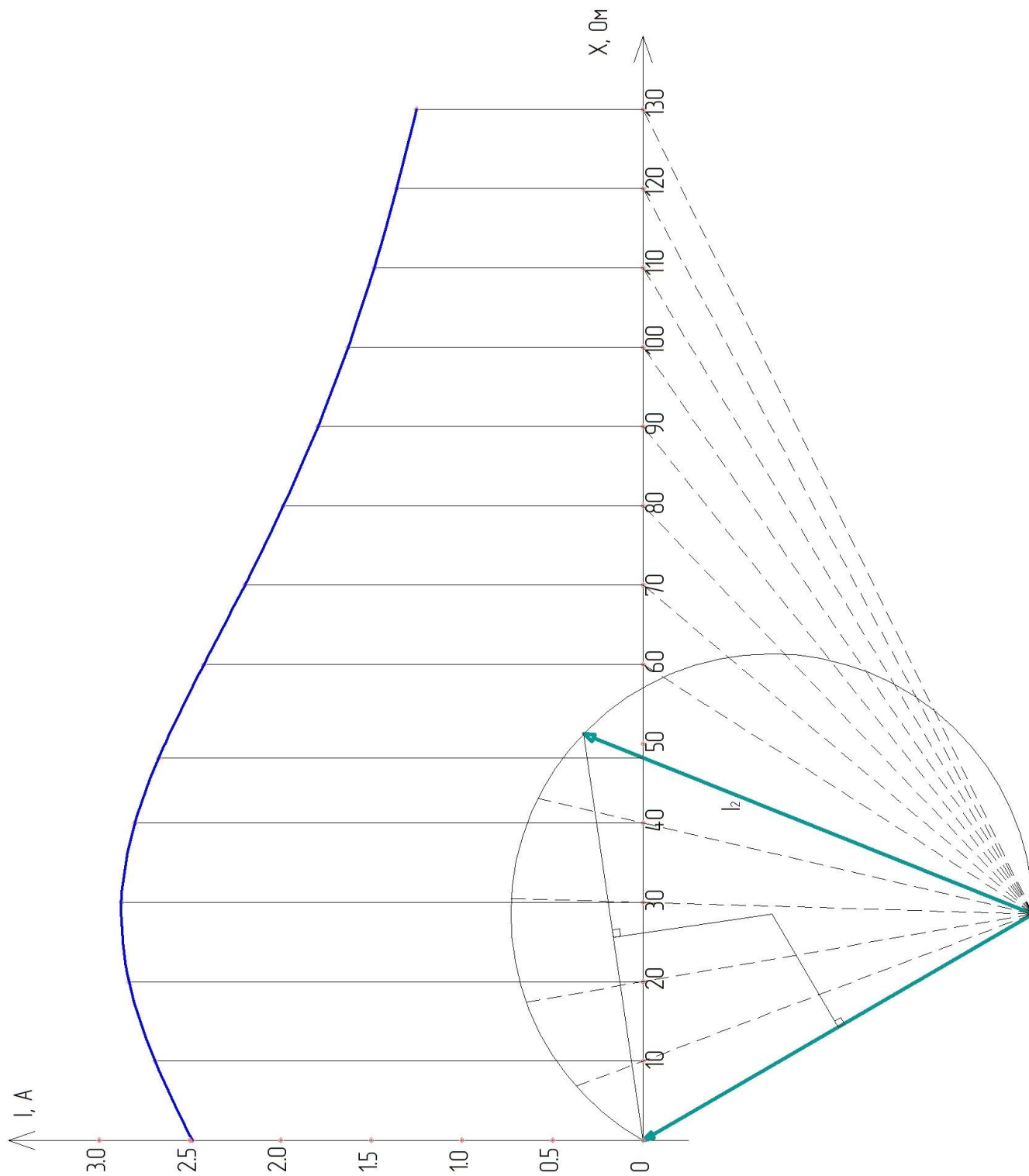
Внутреннее сопротивление цепи относительно  $X_{C2}$

$$Z_{\text{вн}} = X_{L2} + \frac{R_3 \cdot (X_{L1} + X_{C1})}{R_3 + X_{L1} + X_{C1}} = 48.954 + 28.551j \quad \text{Ом}$$

$$|Z_{\text{вн}}| = 56.672 \quad \text{Ом} \quad \angle(Z_{\text{вн}}) = 30.251$$



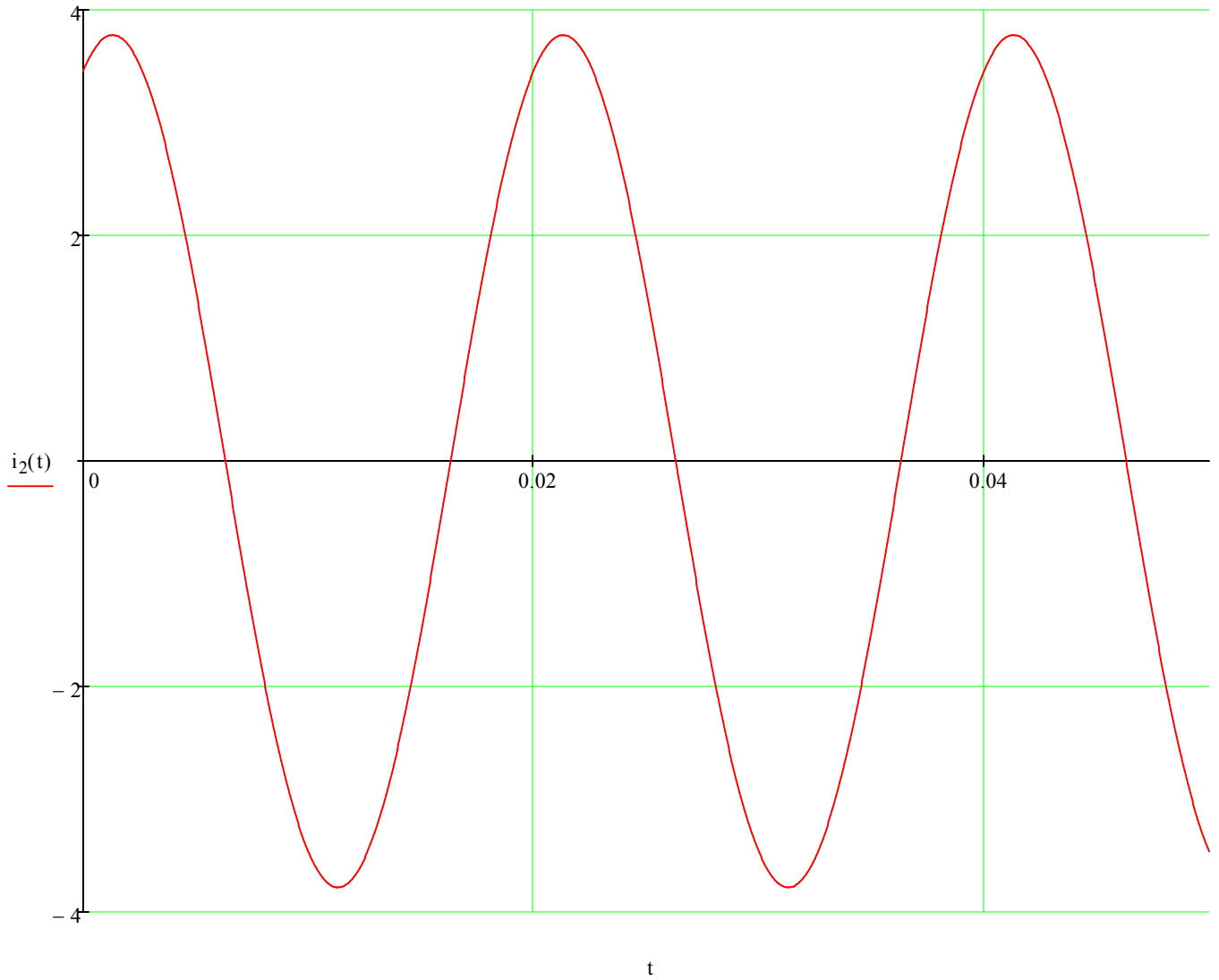
6. По круговой диаграмме построим график тока в зависимости от модуля сопротивления



7. Запишем выражение мгновенного значения тока второй ветви

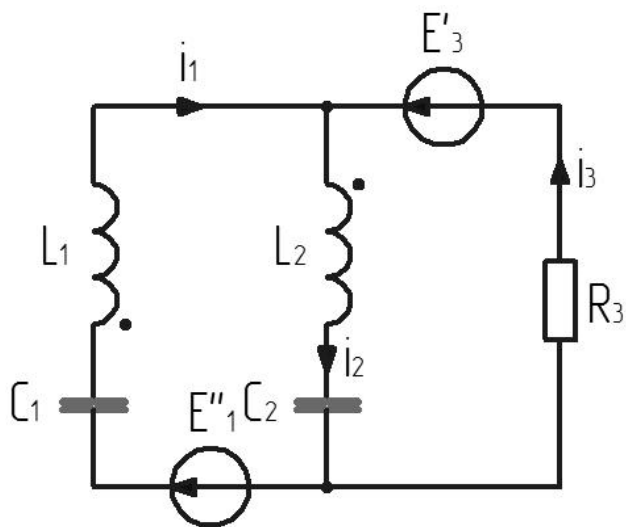
$$i_2(t) = \sqrt{2} \cdot |I_2| \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \arg(I_2)) = 3.779 \cdot \sin(314.159 \cdot t + 1.157) \quad \text{A}$$

Построим его график





2. Полагаем, что между катушками в цепи есть магнитная связь с коэффициентом М



Запишем на основании законов Кирхгофа систему уравнений

а) в дифференциальной форме

$$i_1 - i_2 + i_3 = 0$$

$$L_1 \cdot \frac{d}{dt} i_1 + M \cdot \frac{d}{dt} i_2 + \frac{1}{C_1} \cdot \int i_1 dt + L_2 \cdot \frac{d}{dt} i_2 + M \cdot \frac{d}{dt} i_1 + \frac{1}{C_2} \cdot \int i_2 dt = e''_1$$

$$L_2 \cdot \frac{d}{dt} i_2 + M \cdot \frac{d}{dt} i_1 + \frac{1}{C_2} \cdot \int i_2 dt + i_3 \cdot R_3 = e'_3$$

б) в символической форме

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

$$(X_{L1} + X_{C1} + X_M) \cdot I_1 + (X_{L2} + X_{C2} + X_M) \cdot I_2 = E''_1$$

$$X_M \cdot I_1 + (X_{L2} + X_{C2}) \cdot I_2 + I_3 \cdot R_3 = E'_3$$